UNIVERSIDAD NACIONAL
JORGE BASADRE GROHMANN

CENTRO PREUNIVERSITARIO

Razonamiento Lógico

Lic. Jorge Lozano Cervera

TACNA - PERU

I.

LA LÓGICA PROPOSICIONAL

La lógica proposicional también llamada simbólica o matemática, es aquella parte de la lógica que estudia las proposiciones y símbolos utilizados en la formación de nuevas proposiciones que podrán ser verdaderas o falsas, señaladas por reglas formales.

1.1. <u>TABLAS DE VERDAD DE LAS OPERACIONES LÓGICAS</u>

La validez de una proposición se puede demostrar mediante las siguientes tablas:

Sean: “p” y “q”: dos proposiciones

- **Negación**:

p	~p
V	F
F	V

- **Conjunción**:

p	q	$p \wedge q$
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	F

- **Disyunción (Debil)**

p	q	$p \vee q$
V	V	V
V	F	V
F	V	V
F	F	F

- **Disyunción (Fuerte)**

p	q	$p \Delta q$
V	V	F
V	F	V
F	V	V
F	F	F

- **Condicional**:

p	q	$P \rightarrow q$
V	V	V
V	F	F
F	V	V
F	F	V

- **Bicondicional**:

p	q	$P \leftrightarrow q$
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	V

1.2. EJERCICIOS RESUELTOS

1. Si la proposición: $(p \wedge \sim q) \rightarrow (r \rightarrow \sim s)$ es falsa, el valor de verdad de: q, p, r, s (en ese orden es:

   a) FVVV b) VFVV c) VVFF d) FVFF e) VVVF

   Del enunciado tenemos: $(p \wedge \sim q) \rightarrow (r \rightarrow \sim s) \equiv F$

   $V \rightarrow F \equiv F$

   $(p \wedge \sim q) \equiv V$
   $V \wedge V \equiv V$

   $p \equiv V$
   $\sim q \equiv V$
   $q \equiv F$

   $(r \rightarrow \sim s) \equiv F$
   $V \rightarrow F \equiv F$

   $r \equiv V$
   $\sim s \equiv F$
   $s \equiv V$

   Respuesta: a) FVVV

2. De la falsedad de la proposición: $(p \rightarrow \sim q) \vee (\sim r \rightarrow s)$ se deduce que el valor de verdad de los esquemas moleculares:

   i. $(\sim p \wedge \sim q) \vee \sim q$
   ii. $(\sim r \vee q) \leftrightarrow [(\sim q \vee r) \wedge s]$
   iii. $(p \rightarrow q) \rightarrow [(p \vee q) \wedge \sim q]$

   Son respectivamente

   a) VFV b) FFF c) VVV d) FFV e) N.A.

   Del enunciado tenemos: $(p \rightarrow \sim q) \vee (\sim r \rightarrow s) \equiv F$

   $F \vee F \equiv F$

   $(p \rightarrow \sim q) \equiv F$
   $V \rightarrow F \equiv F$

   $p \equiv V$
   $\sim q \equiv F$
   $q \equiv V$

   $(\sim r \rightarrow s) \equiv F$
   $V \rightarrow F \equiv F$

   $\sim r \equiv V$
   $r \equiv F$
   $s \equiv F$

   De las alternativas se obtiene:

   i. $(\sim p \wedge \sim q) \vee \sim q$
   $(\sim V \wedge \sim V) \vee \sim V$
   $(F \wedge F) \vee F$
   $F \vee F$
   F

   ii. $(\sim r \vee q) \leftrightarrow [(\sim q \vee r) \wedge s]$
   $(\sim F \vee V) \leftrightarrow [(\sim V \vee F) \wedge F]$
   $(V \vee V) \leftrightarrow [(F \vee F) \wedge F]$
   $(V) \leftrightarrow [(F) \wedge F]$
   $(V) \leftrightarrow [F]$
   F

iii. $(p \rightarrow q) \rightarrow [(p \vee q) \wedge \sim q]$

$(V \rightarrow V) \rightarrow [(V \vee V) \wedge \sim V]$

$(V) \rightarrow [(V) \wedge F]$

$(V) \rightarrow [F]$

F

Respuesta: a) FFF

3. Si: s y la proposición: $s \rightarrow \sim(p \vee q)$ son verdaderas, indique los valores de verdad de las siguientes expresiones:

i. $\sim(p \wedge \sim q)$
ii. $(p \rightarrow q) \vee \sim s$
iii. $s \vee (q \rightarrow p)$

a) VVV b) VFV c) VVF d) FFV e) FFF

Del enunciado se tiene: $s \equiv V$

$s \rightarrow \sim(p \vee q) \equiv V$

$V \rightarrow \quad V \quad \equiv V$

$\sim(p \vee q) \equiv V$

$\sim \quad F \equiv V$

$(p \vee q) \equiv F$

$(F \vee F) \equiv V$

$p \equiv F \qquad q \equiv F$

i. $\sim(p \wedge \sim q)$

$\sim(F \wedge \sim F)$

$\sim(F \wedge V)$

$\sim (F)$

V

ii. $(p \rightarrow q) \vee \sim s$

$(F \rightarrow F) \vee \sim V$

$(V) \quad \vee \quad F$

V

iii. $s \vee (q \rightarrow p)$

$V \vee (F \rightarrow F)$

$V \vee (V)$

V

Respuesta: a) VVV

4. Si: $p \# q = VVFV$. Entonces: $p \# (p \# q)$ equivale a:

a) $p \vee q$ b) $p \wedge q$ c) p d) q e) $p \rightarrow q$

Construyendo la tabla de verdad a través del enunciado tenemos:

p	q	p # q	p # (p # q)	$p \vee q$	$p \wedge q$	$p \rightarrow q$
V	V	V	V **V** V	V	V	V
V	F	V	V **V** V	V	F	F
F	V	F	F **V** F	V	F	V
F	F	V	F **F** V	F	F	V

Respuesta: a) $p \vee q$

5. Si el esquema: $[(p \wedge \sim q) \leftrightarrow (r \rightarrow s)] \rightarrow (\sim s \rightarrow r)$ es falsa, reducir:
   $[(w \vee (p \wedge q)] \leftrightarrow (r \rightarrow s) \wedge p$

   a) V b) F c) w d) r e) $w \wedge p$

   Del enunciado se tiene:

$$[(p \wedge \sim q) \leftrightarrow (r \rightarrow s)] \rightarrow (\sim s \rightarrow r) \equiv F$$
$$V \quad \rightarrow \quad F \quad \equiv F$$

$[(p \wedge \sim q) \leftrightarrow (r \rightarrow s)] \equiv V$

$V \quad \leftrightarrow \quad V \quad \equiv V$

$(p \wedge \sim q) \equiv V$

$(V \wedge \sim V) \equiv V$

$p \equiv V$

$\sim q \equiv V$

$q \equiv F$

$(r \rightarrow s) \equiv V$

$(V \rightarrow V) \equiv V$

ó

$(F \rightarrow F) \equiv V$

$(\sim s \rightarrow r) \equiv F$

$(V \rightarrow F) \equiv F$

$\sim s \equiv V$

$s \equiv F$

$r \equiv F$

Al reducir el esquema
$$[(w \vee (p \wedge q)] \leftrightarrow (r \rightarrow s) \wedge p$$
$$[(w \vee (V \wedge F)] \leftrightarrow (F \rightarrow F) \wedge V$$
$$[(w \vee (F)] \leftrightarrow (V) \wedge V$$
$$[(w \vee (F)] \leftrightarrow (V) \wedge V$$
$$[w] \leftrightarrow V \wedge V$$

Si w = V

$$[V] \leftrightarrow V \wedge V$$
$$V \wedge V$$
$$V$$

Si w = F

$$[F] \leftrightarrow V \wedge V$$
$$F \wedge V$$
$$F$$

En ambos casos el valor obtenido es el mismo valor dado a *w*

Respuesta: c) w

6. Si: v(p) = V, q y r dos proposiciones cualesquiera. Hallar el valor de verdad de:

   i. $\sim q \rightarrow (\sim p \vee \sim q)$
   ii. $[(r \vee \sim p) \wedge (q \vee p)] \rightarrow r$
   iii. $[(q \leftrightarrow (p \wedge q))] \leftrightarrow (q \wedge \sim p)$.

   a) VVF b) VFF c) FVF d) FFF e) VVV.

Del enunciado se tiene:

i. $\sim q \rightarrow (\sim p \vee \sim q)$
$\sim q \rightarrow (\sim V \vee \sim q)$
$\sim q \rightarrow (F \vee \sim q)$

si $q = V$
$\sim V \rightarrow (F \vee \sim V)$
$F \rightarrow (F \vee F)$
$F \rightarrow (F)$
V

si $q = F$
$\sim F \rightarrow (F \vee \sim F)$
$V \rightarrow (F \vee V)$
$V \rightarrow (V)$
V

ii. $[(r \vee \sim p) \wedge (q \vee p)] \rightarrow r$
$[(r \vee \sim V) \wedge (q \vee V)] \rightarrow r$
$[\ (r \vee F) \wedge (V)\ ] \rightarrow r$
$[\ (r) \wedge (V)\ ] \rightarrow r$
$[\ r\ ] \rightarrow r$

Si $r = V$
$[\ V\ ] \rightarrow V = V$

Si $r = F$
$[\ F\ ] \rightarrow F = V$

iii. $[(q \leftrightarrow (p \wedge q))] \leftrightarrow (q \wedge \sim p)$
$[(q \leftrightarrow (V \wedge q))] \leftrightarrow (q \wedge \sim V)$
$[(q \leftrightarrow (q)\ )\ ] \leftrightarrow (q \wedge F)$
$[\ (V)\ ] \leftrightarrow (F)$
F

Respuesta: a) VVF

1.3. <u>EJERCICIOS PROPUESTOS</u>

1. Sean las proposiciones:
   p: $2^3 + 3^2 = 17$
   q: $6^2 = 36$
   r: $3^2 + 4^3 > 5$

   Los valores de verdad de los siguientes esquemas moleculares:
   - $p \wedge q \rightarrow r$
   - $(p \rightarrow r) \wedge q$
   - $p \wedge (q \rightarrow r)$

   Son respectivamente

   a) FFV b) VVF c) VVV d) FVF e) FFF

2. Sea: $\sim [(A \wedge \sim B) \rightarrow (C \rightarrow D)]$ Verdadera. Luego:

   i. $\sim (A \wedge \sim B) \wedge C$
   ii. $\sim (A \wedge \sim B) \rightarrow \sim (\sim C \rightarrow \sim D)$
   iii. $(\sim A \rightarrow C) \wedge (B \rightarrow \sim C)$

iv. $(A \leftrightarrow B) \wedge \sim C$
v. $(\sim A \leftrightarrow \sim B) \wedge \sim C$.

Son verdaderas:

a) i, ii, iii b) ii, iii, iv c) ii, iii, v d) i, iii, v e) N.A.

3. Si: $\sim[(p \wedge q \wedge r) \rightarrow s] \rightarrow (\sim p \vee s)$ es falso. Señale el valor de: p, q, r y s.

   a) VFVF b) VVVF c) VFFV d) VVFF e) FVVF

4. Sabiendo que la proposición "p" es verdadera, ¿En cuáles de los siguientes casos es suficiente dicha información para determinar el valor de verdad de las siguientes proposiciones?

   i. $(p \vee q) \leftrightarrow (\sim p \wedge \sim q)$
   ii. $(p \wedge q) \rightarrow (p \vee r)$
   iii. $(p \rightarrow q) \rightarrow r$

   a) sólo i b) sólo ii c) i, ii d) i, iii e) todas

5. Si $(\sim p \wedge \sim r) \rightarrow (r \Delta q)$ es falsa, y las proposiciones s y t tienen valores de verdad desconocido, ¿cuáles de las siguientes proposiciones son verdaderas?

   i. $(p \wedge s) \vee q$
   ii. $(t \wedge q) \rightarrow p$
   iii. $(s \vee t) \rightarrow r$

   a) Sólo i b) Sólo ii c) i, ii d) ii, iii e) Ninguna

6. Sean las proposiciones: p, q, r, s, x, y. Si la proposición: $(p \wedge r) \rightarrow (q \vee s)$ es falsa. Determinar los valores de verdad:

   i. $p \wedge [\, x \vee (\, r \vee s\,)\,]$
   ii. $(\, q \vee r \vee y\,) \rightarrow s$
   iii. $(\, q \rightarrow x\,) \rightarrow (\, y \wedge s\,)$
   iv. $(\, s \rightarrow x\,) \rightarrow (\, y \wedge \sim r\,)$

   a) VFFV b) VVFF c) VFFF d) FVVF e) N.A.

7. Sabiendo que la proposición “p” es verdadera. ¿En cuales de los siguientes casos, es suficiente dicha información para determinar el valor de verdad de las proposiciones

   i. $(p \vee q) \leftrightarrow (\sim p \wedge \sim q)$
   ii. $(p \wedge q) \rightarrow (p \vee r \vee s)$
   iii. $(p \rightarrow q) \rightarrow r$

   a) solo i b) solo ii c) solo i, ii d) Solo ii, iii e) en i, ii, iii

8. Los valores de verdad de las siguientes proposiciones:

   i. $(3 + 5 = 8) \vee (5 - 3 = 4)$
   ii. $(3 - 5 = 8) \rightarrow (1 - 7 = 6)$
   iii. $(3 + 8 = 11) \wedge (7 - 4 > 1)$
   iv. $(4 + 6 = 9) \leftrightarrow (5 - 2 = 4)$

   Son respectivamente:

   a) VVVV b) VVFV c) VVFF d) VFVF e) N.A.

9. Si se sabe que: $(p \wedge q)$ y $(q \rightarrow t)$ son falsas. ¿Cuáles de las siguientes proposiciones son verdaderas?

   i. $(\sim p \vee t) \vee s$
   ii. $\sim [p \wedge (\sim q \wedge \sim p)]$
   iii. $\sim p \vee (q \wedge \sim t)$

   a) solo i b) solo iii c) solo iii d) Todos e) N.A.

10. Si: $p * q = (-p \wedge q) \rightarrow p$. Señale el valor de verdad de:

   i. $(p * q) \wedge q$
   ii. $\sim (p * q) \wedge p$
   iii. $(p * q) \vee (q * p)$

   a) VFV b) VFF c) FFV d) FFF e) VVV

11. Si: $\{ (\sim p \vee q) \vee [(p \rightarrow q) \wedge t]\} \wedge q$, es verdadero. Hallar el valor de:

   i. $p \rightarrow q$
   ii. $t \vee q$

iii. $\sim q \wedge (t \vee p)$

a) VFV b) VVF c) FFV d) FVF e) VVV.

12. Si: $[(r \rightarrow s) \rightarrow t] \leftrightarrow [r \rightarrow (s \rightarrow t)]$ es falso. Señale la verdad o falsedad de:

i. $(r \leftrightarrow s) \rightarrow (s \leftrightarrow t)$
ii. $(r \rightarrow s) \leftrightarrow (t \rightarrow s)$
iii. $[(r \rightarrow s) \leftrightarrow t] \leftrightarrow [r \leftrightarrow (s \leftrightarrow t)]$

a) VVV b) FVV c) VFV d) VVF e) FVF.

II.

LOS PRINCIPIOS LÓGICOS Y LEYES LÓGICAS

Son esquemas tautológicos, es decir, son fórmulas formalmente verdaderas, ya que están en función al orden de sus componentes y no a los valores de los mismos, constituyéndose una de ellas en instrumentos para el análisis de inferencias (formas inferenciales) y otras se sustituyen por sus equivalentes (formas de equivalencias).

Un principio lógico es el fundamento de toda verdad lógica (tautologías). Aquí se ubican los principios clásicos. En cambio una fórmula es una ley lógica si y solo si cualquiera sea la interpretación formalmente correcta que se haga de la misma se obtiene como resultado una verdad lógica, mientras que la regla lógica es una forma válida de razonamiento cuyo objetivo es la operatividad, permitiendo efectuar operaciones para transformar una formula o derivar una consecuencia lógica.

2.1. PRINCIPIOS LÓGICOS CLÁSICOS

1. El principio de identidad: $p \Rightarrow p$; $p \Leftrightarrow p$
2. El principio de no-contradicción: $\sim(p \wedge \sim p)$
3. El tercio excluido: $p \vee \sim p$

2.2. LEYES EQUIVALENTES O EQUIVALENCIAS NOTABLES:

Permiten transformar y simplificar formulas lógicas:

4. Ley de Involución (doble negación): $\sim(\sim p) \equiv p$

5. La idempotencia:
   a) $p \vee p \equiv p$;
   b) $p \wedge p \equiv p$;

6. Leyes conmutativas:
   a) $p \wedge q \equiv q \wedge p$
   b) $p \vee q \equiv q \vee p$
   c) $p \Leftrightarrow p \equiv q \Leftrightarrow p$

7. Leyes asociativas:
   a) $(p \wedge q) \wedge r \equiv p \wedge (q \wedge r)$
   b) $(p \vee q) \vee r \equiv p \vee (q \vee r)$
   c) $(p \Leftrightarrow q) \Leftrightarrow r \equiv p \Leftrightarrow (q \Leftrightarrow r)$

8. Leyes distributivas:
   a) $r \vee (p \wedge q) \equiv (r \vee q) \wedge (r \vee q)$
   b) $r \wedge (p \vee q) \equiv (r \wedge p) \vee (r \wedge q)$
   c) $p \Rightarrow (q \wedge r) \equiv (p \Rightarrow q) \wedge (p \Rightarrow r)$
   d) $p \Rightarrow (q \vee r) \equiv (p \Rightarrow q) \vee (p \Rightarrow r)$

9. Leyes de Morgan
   a) $\sim(p \wedge q) \equiv (\sim p \vee \sim q)$
   b) $\sim(p \vee q) \equiv (\sim p \wedge \sim q)$

10. Leyes del Condicional
    a) $p \Rightarrow q \equiv \sim p \vee q$
    b) $\sim(p \Rightarrow q) \equiv p \wedge \sim q$

11. Leyes del Bicondicional
    a) $p \Leftrightarrow q \equiv (p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow p)$
    b) $p \Leftrightarrow q \equiv (p \wedge q) \vee (\sim p \wedge \sim q)$

12. Leyes de la Absorción
    a) $p \wedge (p \vee q) \equiv p$
    b) $p \wedge (\sim p \vee q) \equiv p \wedge q$
    c) $p \vee (p \wedge q) \equiv p$
    d) $p \vee (\sim p \wedge q) \equiv p \vee q$

13. Leyes de Transposición
    a) $(p \Rightarrow q) \equiv (\sim q \Rightarrow \sim p)$
    b) $p \Leftrightarrow q \equiv (\sim q \Leftrightarrow \sim p)$

14. Ley de Exportación $(p \wedge q) \Rightarrow r \equiv p \Rightarrow (q \Rightarrow r)$

15. Formas normales:
    - Para la Conjunción: $V \wedge V \equiv V$; $V \wedge P \equiv P$; $F \wedge P \equiv F$
    - Para la Disyunción: $F \vee F \equiv F$; $F \vee P \equiv P$; $V \vee P \equiv V$

16. Elementos Neutros para la Contradicción y Tautología:
    $P \wedge C = C$; $C \vee T = T$; $P \vee T = T$; $C \wedge T = C$

    donde: T= Tautología (Verdad),
    C = Contradicción (Falso),
    P = Esquema Molecular Cualquiera

2.3. EJERCICIOS RESUELTOS

1. Simplificar el esquema: $[(\sim p \wedge q) \rightarrow (s \wedge \sim s)] \wedge \sim q$

   a) $\sim p \vee q$ b) $\sim p$ c) $p \vee \sim q$ d) $\sim q$ e) N.A.

   Del enunciado tenemos:

   $[\ (\sim p \wedge q) \rightarrow (s \wedge \sim s)\ ] \wedge \sim q$
   $[\ (\sim p \wedge q) \rightarrow (\ F\ )\ ] \wedge \sim q$
   $[\sim(\sim p \wedge q) \vee (\ F\ )\ ] \wedge \sim q$
   $[\ (p \vee \sim q) \vee (\ F\ )\ ] \wedge \sim q$
   $[\ (p \vee \sim q)\ ] \wedge \sim q$
   $\sim q$

   Respuesta: d) ~q

2. Simplificar: $\sim [\sim(\sim p \vee q) \rightarrow p] \vee q$

   a) $p \vee \sim q$ b) $p \wedge q$ c) p d) $\sim q$ e) q

   Del enunciado tenemos:
   $$\begin{aligned} &\sim [\sim(\sim p \vee q) \rightarrow p] \vee q \\ &\sim [\sim \{\sim(\sim p \vee q)\} \vee p] \vee q \\ &\sim [(\sim p \vee q) \vee p] \vee q \\ &\sim [(\sim p \vee p) \vee q] \vee q \\ &\sim [(V) \vee q] \vee q \\ &\sim [\ V\ ] \vee q \\ &\quad F \vee q \\ &\quad\ q \end{aligned}$$

   Respuesta: e) q

3. Si se define $p * q$, por la tabla

p	q	p * q
V	V	V
V	F	V
F	V	F
F	F	V

   Simplificar: $(p * q) * q$

   a) $\sim p$ b) $\sim q$ c) $p \vee \sim q$ d) V e) $p \wedge q$

   Del enunciado construimos la tabla de verdad:

p	q	p * q	(p * q) *		q	p ∨ ~q
V	V	V	V	**V**	V	V
V	F	V	V	**V**	F	V
F	V	F	F	**F**	V	F
F	F	V	V	**V**	F	V

   Respuesta: c) $p \vee \sim q$

4. Si se define $p \oplus q$, por la tabla

p	q	p ⊕ q
V	V	F
V	F	V
F	V	F
F	F	V

   Simplificar: $(p \oplus \sim q) \vee (\sim p \oplus q) \rightarrow p$

   a) $\sim p$ b) $\sim q$ c) p d) V e) $p \wedge q$

Del enunciado construimos la tabla de verdad:

p	q	$p \oplus q$	$(p \oplus \sim q) \vee (\sim p \oplus q) \rightarrow p$	p
V	V	F	V **V** F ***V***	V
V	F	V	F **V** V ***V***	V
F	V	F	V **V** F ***F***	F
F	F	V	F **V** V ***F***	F

Respuesta: c) p

5. Se define: $p \lozenge q = (p \wedge \sim q) \vee (q \vee \sim p)$
   Simplificar: $[(\sim p \lozenge q) \rightarrow q] \rightarrow [p \rightarrow (q \lozenge p)]$

   a) p b) q c) ~p d) V e) F

   Del enunciado tenemos:

   $[(\sim p \lozenge q) \rightarrow q] \rightarrow [p \rightarrow (q \lozenge p)]$
   $[\{(\sim p \wedge \sim q) \vee (q \vee p)\} \rightarrow q] \rightarrow [p \rightarrow \{(q \wedge \sim p) \vee (p \vee \sim q)\}]$
   $[\{\sim(p \vee q) \vee (q \vee p)\} \rightarrow q] \rightarrow [p \rightarrow \{\sim (\sim q \vee p) \vee (p \vee \sim q)\}]$
   $[\{ V \} \rightarrow q] \rightarrow [p \rightarrow \{ V \}]$
   $[\sim\{ V \} \vee q] \rightarrow [\sim p \vee \{ V \}]$
   $[F \vee q] \rightarrow [\sim p \vee V]$
   $[q] \rightarrow [V]$
   $\sim q \vee V$
   V

   Respuesta: d) V

6. Se define: * , ⊕ en la tabla siguiente:

p	q	p Θ q	p * q
V	V	F	F
V	F	V	F
F	V	V	F
F	F	V	V

Simplificar: $[(p \oplus \sim q) * p] \wedge (q \oplus \sim p)$

a) p b) q c) $p \vee \sim q$ d) $p \rightarrow q$ e) $p \wedge \sim p$

Del enunciado construimos la tabla de verdad:

p	q	$[(p \oplus \sim q) * p] \wedge (q \oplus \sim p)$	$p \wedge \sim p$
V	V	V *F* **F** *V*	F
V	F	F *F* **F** *V*	F
F	V	V *F* **F** *F*	F
F	F	V *F* **F** *V*	F

Respuesta: e) $p \wedge \sim p$

2.4. EJERCICIOS PROPUESTOS

1. :Simplificar el esquema: $[(p \wedge \sim q) \wedge (q \rightarrow p) \wedge r] \vee p$

   a) $p \vee q$ b) $p \wedge q$ c) p d) $\sim q$ e) q

2. Simplificar el esquema: $p \wedge \{q \vee [p \rightarrow (\sim p \wedge r)]\}$

   a) $p \vee \sim q$ b) $p \wedge q$ c) p d) $\sim p$ e) q

3. Si se define p # q, por la tabla

p	q	p # q
V	V	F
V	F	V
F	V	F
F	F	F

   Simplificar: $\{(\sim p \# q) \# \sim q\} \# \{(p \# q) \# \sim p\}$

   a) $\sim p$ b) F c) $p \vee \sim q$ d) V e) $p \wedge q$

4. Si se define $p \, \Theta \, q$, por la tabla

p	q	p Θ q
V	V	V
V	F	V
F	V	F
F	F	V

   Simplificar: $M = \{[(\sim p \, \Theta \, q) \, \Theta \, p] \rightarrow (q \, \Theta \, p)\}$

   a) $\sim p$ b) $\sim q$ c) $p \vee q$ d) $p \wedge q$ e) $p \rightarrow q$

5. Definimos p # q como una operación verdadera si p es falsa y q verdadera, y como falsa en todos los casos restantes. Luego ~(p#q) equivale a:

   a) $p \vee q$ b) $p \vee \sim q$ c) $\sim p \vee q$ d) $p \rightarrow q$ e) N.A.

6. Simplificar: $[(\sim p \wedge q) \rightarrow (\sim s \wedge s)] \wedge \sim q$

   a) p b) $\sim p$ c) $\sim q$ d) $p \wedge q$ e) N.A.

7. Simplificar: $[(p \rightarrow q) \wedge \sim q) \rightarrow \sim p$

   a) p b) $\sim p$ c) V d) F e) N.A.

8. Simplificar el esquema: $(\sim p \wedge q) \rightarrow (q \rightarrow p)$

   a) $p \vee q$ b) $\sim p$ c) $p \vee \sim q$ d) $\sim q$ e) $\sim (p \vee q)$

9. Simplificar: $[(\sim p \wedge q) \rightarrow (r \wedge \sim r)] \wedge \sim q$

   a) $\sim p \vee q$ b) $\sim p$ c) $p \vee \sim q$ d) $\sim q$ e) N.A.

10. La siguiente proposición: $[(\sim p \vee q) \rightarrow (p \wedge q)] \vee (\sim p \wedge \sim q)$ equivale a:

    a) $\sim p \vee q$ b) $\sim p \wedge q$ c) $p \vee q$ d) $p \vee \sim q$ e) N.A.

11. Simplificar el esquema: $[\sim (p \rightarrow q) \rightarrow \sim (q \rightarrow p)] \wedge (p \vee q)$

    a) p b)q c) $\sim p$ d) $p \wedge q$ e) $p \vee q$

12. Si: $p * q \equiv \sim p \rightarrow q$ simplifique: $\sim [(p \vee q) * (\sim p)] * [(p \wedge q) * q]$

    a) p b) q c) $p \vee \sim q$ d) $p \vee q$ e) $p \wedge q$

13. Si: $p \# q$ = VVFV. Simplificar: $\{ [p \# (p \# q)] \wedge q \} \rightarrow \sim p$

    a) $p \wedge q$ b) q c) $p \vee \sim q$ d) $p \rightarrow q$ e) $\sim (p \wedge q)$

14. Si se define $p * q$ por la tabla:

p	q	p * q
V	V	F
V	F	F
F	V	V
F	F	F

Simplificar: $\sim [(p * q) \vee p \rightarrow \sim q]$

a) p b) q c) $p \vee q$ d) $p \rightarrow q$ e) $(p \wedge q)$

III.

CIRCUITOS LÓGICOS

Entre algunas aplicaciones de la lógica aparece la construcción de circuitos lógicos en la Electrónica y al Cibernética. Para cualquier formula proposicional podemos construir un circuito eléctrico basándose en 3 conectores u operadores: ($\wedge$, $\vee$, ~). Los circuitos eléctricos están formados por conmutadores o interruptores que son los órganos que impiden o dejan pasar la corriente eléctrica.

- **Los interruptores** también llamados conmutadores son los elementos que participan en la instalación eléctrica: son de dos tipos:
  - ***Conmutador cerrado***: permite el paso de la corriente eléctrica y equivale a un dato verdadero que numéricamente toma el valor de 1.
  - ***Conmutador abierto***: impide el paso de la corriente y equivale a un dato falso que numéricamente toma el valor de 0.

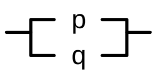
3.1 <u>TIPOS DE CIRCUITOS</u>

- ***Circuito en serie***: constan de dos o más interruptores, donde un interruptor esta a continuación de otro y así sucesivamente, el grafico de un circuito en serie es la representación de una formula proposicional conjuntiva, cuya expresión mas simple es "$p \wedge q$"

Se representa: — p — q — : $p \wedge q$

p	q	p ∧ q
1	1	1
1	0	0
0	1	0
0	0	0

- ***Circuito en Paralelo***, consta de dos o más interruptores, donde un interruptor está sobre otro o en la otra línea y así sucesivamente. El grafico de un circuito en paralelo es la representación de la fórmula proposicional disyuntiva, cuya expresión mas simple es: "$p \vee q$".

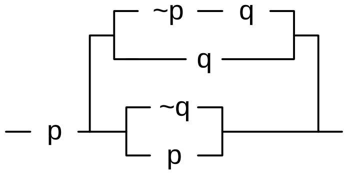
Se representa: 

: $p \vee q$

p	q	p ∨ q
1	1	1
1	0	1
0	1	1
0	0	0

3.2 EJERCICIOS RESUELTOS

1. Simplificar el siguiente circuito:



a) p b) q c) $\sim p$ d) $p \rightarrow q$ e) $\sim q$

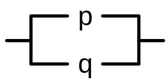
Del enunciado tenemos:

$p \wedge \{ [(\sim p \wedge q) \vee q] \vee [\sim q \vee p] \}$
$p \wedge \{ [q] \vee [\sim q \vee p] \}$
$p \wedge \{ [q] \vee [\sim q \vee p] \}$
$p \wedge \{ (q \vee \sim q) \vee p \}$
$p \wedge \{ (V) \vee p \}$
$p \wedge \{ V \}$
p

Respuesta: a) p

2. Señale el circuito equivalente a la proposición: $[(p \rightarrow q) \rightarrow p] \wedge [\sim p \rightarrow (\sim p \rightarrow q)]$

a) — p — b) — q — c) — p — q — d) — ~p — e)



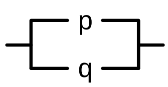
Del enunciado tenemos:

$[(p \rightarrow q) \rightarrow p] \wedge [\sim p \rightarrow (\sim p \rightarrow q)]$
$[(\sim p \vee q) \rightarrow p] \wedge [\sim p \rightarrow (\sim \sim p \vee q)]$
$[\sim (\sim p \vee q) \vee p] \wedge [\sim \sim p \vee (\sim \sim p \vee q)]$
$[\sim (\sim p \vee q) \vee p] \wedge [p \vee (p \vee q)]$
$[(p \wedge \sim q) \vee p] \wedge [p \vee (p \vee q)]$
$[p] \wedge [(p \vee p) \vee q]$
$p \wedge [p \vee q]$
p

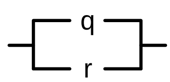
Respuesta: a) — p —

3. La proposición: $p \wedge \{ q \vee [p \rightarrow (\sim p \wedge r)] \}$ equivale al circuito:

a) — p — q — b) — q — r — c) — p — d)



e)



Del enunciado tenemos: $p \wedge \{ q \vee [p \rightarrow (\sim p \wedge r)] \}$

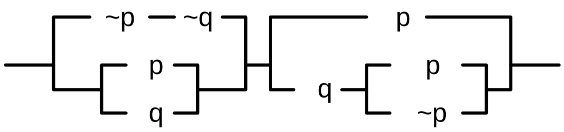
$p \wedge \{ q \vee [\sim p \vee (\sim p \wedge r)] \}$

$p \wedge \{ q \vee [\sim p] \}$

$p \wedge q$

Respuesta: a) — p — q —

4. El equivalente del siguiente circuito:



Es:

a) $p \vee q$ b) $p \wedge q$ c) $p \wedge \sim q$ d) $\sim p \wedge \sim q$ e) $p \wedge r$

Del enunciado tenemos: $\{ (\sim p \wedge \sim q) \vee (p \vee q) \} \wedge \{ p \vee [q \wedge (p \vee \sim p) \}$

$\{ [(\sim p \wedge \sim q) \vee p] \vee q) \} \wedge \{ p \vee [q \wedge V] \}$

$\{ [\sim q \vee p] \vee q \} \wedge \{ p \vee [q] \}$

$\{ [\sim q \vee q] \vee p \} \wedge \{ p \vee [q] \}$

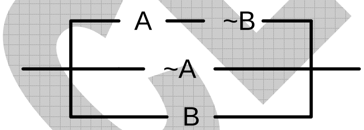
$\{ [V] \vee p \} \wedge \{ p \vee q \}$

$\{ V \} \wedge \{ p \vee q \}$

$p \vee q$

Respuesta: a) $p \vee q$

5. El siguiente circuito equivale a las formulas:



i. $[(A \vee \sim B) \vee A] \vee B$
ii. $[(A \rightarrow B) \wedge A] \rightarrow B$
iii. $[(A \wedge \sim B) \vee \sim A] \vee B$
iv. $B \vee [(A \wedge \sim B) \vee \sim A]$
v. $B \wedge [(A \wedge \sim B) \vee \sim A]$

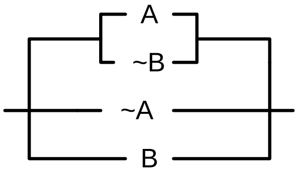
son correctas:

a) i, ii, iii b) ii, iii, iv c) ii, iii, v d) iii, iv, v e) i, iii, v

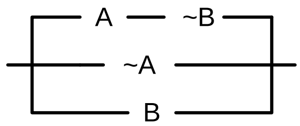
Del circuito en el enunciado se tiene: $(A \wedge \sim B) \vee \sim A \vee B$

Y de las alternativas se obtiene:

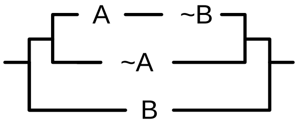
i. $[(A \vee \sim B) \vee A] \vee B$



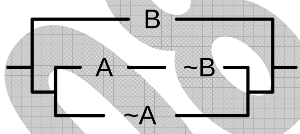
ii. $[(A \rightarrow B) \wedge A] \rightarrow B$



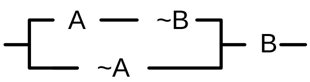
iii. $[(A \wedge \sim B) \vee \sim A] \vee B$



iv. $B \vee [(A \wedge \sim B) \vee \sim A]$

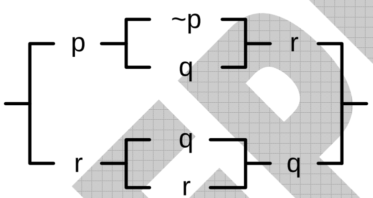


v. $B \wedge [(A \wedge \sim B) \vee \sim A]$



Respuesta: a) ii, iii, iv

6. Se tiene que:



El costo de instalación de cada interruptor es de S/. 12. ¿en cuánto se reducirá el costo de la instalación si se reemplaza este circuito por su equivalente más simple?

a) S/. 48 b) S/. 60 c) S/. 72 d) S/. 36 e) S/. 24.

Del circuito en el enunciado se tiene: $[p \wedge (\sim p \vee q) \wedge r] \vee [r \wedge (q \vee r) \wedge q$

El costo de instalacion inicial: S/ 12 * 8 = S/. 96

Simplificando el circuito $[p \wedge (\sim p \vee q) \wedge r] \vee [r \wedge (q \vee r) \wedge q]$

$[(p \wedge q) \wedge r] \quad \vee \quad [r \wedge (q)]$

$[(p \wedge q) \wedge r] \quad \vee \quad [r \wedge q]$

$[p \wedge (q \wedge r)] \quad \vee \quad [r \wedge q]$

$[p \wedge (q \wedge r)] \vee (r \wedge q)$

$r \wedge q$

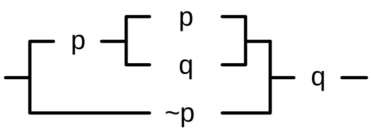
El costo de instalacion del circuito simplificado es: S/ 12 * 2 = S/. 24

El costo se reduce en : S/. 96 ~ S/. 24 = S/. 72

Respuesta: c) S/. 72

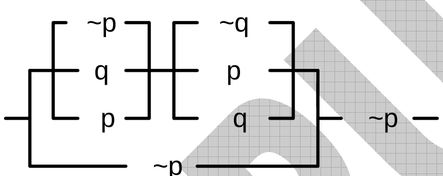
3.3 EJERCICIOS PROPUESTOS

1. Simplificar el siguiente circuito:



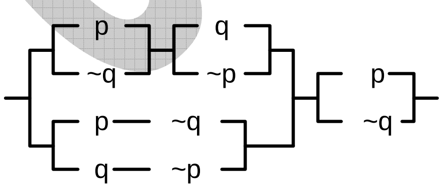
a) $p \wedge q$ b) $\sim p \vee q$ c) q d) $\sim(p \vee q)$ e) $p \vee \sim q$

2. Reducir el siguiente circuito:



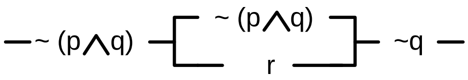
a) — p — b) — q — c) — ~p — d) — p — q — e) — ~q —

3. Determinar el circuito equivalente:



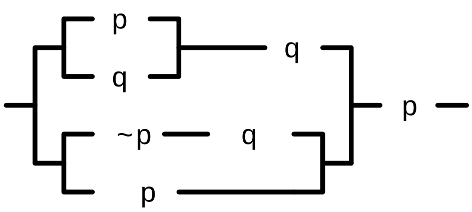
a) $p \vee q$ b) $p \wedge q$ c) $p \wedge \sim q$ d) $\sim p \wedge q$ e) N.A.

4. Hallar la expresión que representa al circuito equivalente:



a) p b) ~p c) q d) ~q e) $p \wedge q$

5. Simplificar



a) $p \vee q$ b) $p \wedge q$ c) p d) q e) N.A.

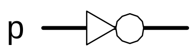
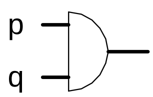
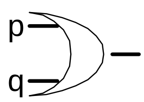
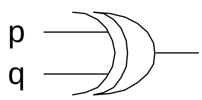
IV.

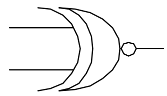
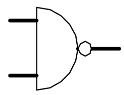
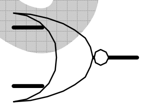
CIRCUITOS CON COMPUERTAS LOGICAS

Las compuertas lógicas, son los distintos dispositivos que resumen la interconexión de conmutadores para procesar las leyes lógicas y ejecutar cálculos.

Las Compuertas lógicas son bloques de circuitos que producen señales de salida cuyas entradas solo pueden tomar dos niveles distintos de tensión (1 = verdadero, 0 = falso)

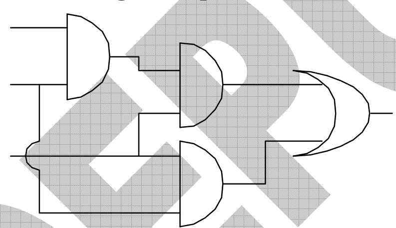
Esta teoría es la que permite el diseño de las computadoras y utilizaremos el sistema ASA para representar circuitos lógicos mediante compuertas. Las operaciones o funciones lógicas que participan en el diseño de compuertas son solo tres: La negación, la conjunción (incluyente o excluyente). Las demás formulas proposicionales son representadas mediante sus equivalencias, y las entradas dependen del numero de variables que participan en la formula directa a diseñar.

Funciones lógicas	***Formas lógicas***	***Símbolo de compuerta***
Negación*:* *"NO"*	~p $\overline{p}$ p'	
Conjunción o producto: *"AND"*	$p \wedge q$ $p \,.\, q$	
Disyunción (inclusiva) o Suma: *"OR"*	$p \vee q$ $p + q$	
Disyunción (exclusiva) o Suma: *"XOR"*	$p \veebar q$ $\overline{p}\, q + p\, \overline{q}$ p'q + p q'	

Biimplicacion o negación de la disyunción exclusiva *“XNOR”*	$p \leftrightarrow q \equiv \sim (p \veebar q)$ $p.q + \bar{p} . \bar{q}$ p.q + p’q’	
Negación conjuntor *“NAND”*	~ (p ∧ q) $\overline{p.q}$ (p . q)’	
Negación disyuntor *“NOR”*	~(p ∨ q) $\overline{p+q}$ (p + q)’	

4.1. EJERCICIOS RESUELTOS

1. El circuito lógico equivalente a:



Es:

a) p
b) q ∧ r
c) p ∧ q
d) q ∨ r
e) N.A.

Del circuito se obtiene la expresión: [(p ∧ q) ∧ r] ∨ (q ∧ r)

Simplificando la expresión por las leyes lógicas

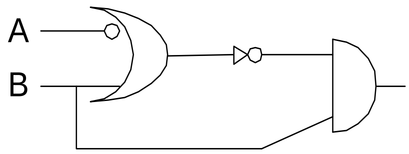
[(p ∧ q) ∧ r] ∨ (q ∧ r)
[p ∧ (q ∧ r)] ∨ (q ∧ r)
(q ∧ r)

Simplificando por el método digital:

[(p . q) . r] + (q . r)
[p . (q . r)] + (q . r)
(q . r) . [p + 1]
(q . r) . [1]
(q . r)

Respuesta: b) q ∧ r

2. El circuito:



Equivale a:

a) $\sim [\sim B \rightarrow \sim A] \wedge B$
b) $\sim [B \rightarrow (A \rightarrow B)]$
c) $\sim (\sim A \vee B)] \wedge B$
d) todas
e) N.A.

Del circuito se obtiene: $\sim (\sim A \vee B) \wedge B$

De las alternativas tenemos:

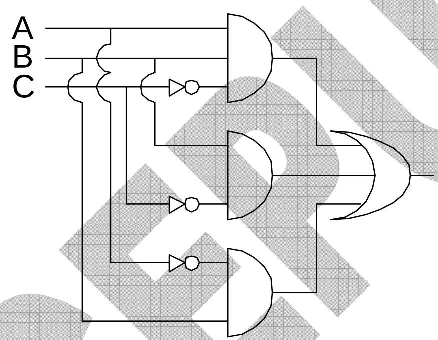
a)
$\sim [\sim B \rightarrow \sim A] \wedge B$
$\sim [\sim \ \sim B \vee \sim A] \wedge B$
$\sim [B \vee \sim A] \wedge B$
$\sim [\sim A \vee B] \wedge B$

b)
$\sim [B \rightarrow (A \rightarrow B)]$
$\sim [\sim B \vee (A \rightarrow B)]$
$\sim [\sim B \vee (\sim A \vee B)]$
$[B \wedge \sim (\sim A \vee B)]$
$\sim (\sim A \vee B) \wedge B$

c) $\sim (\sim A \vee B)] \wedge B$

Respuesta: d) todas

3. La expresión de salida del circuito es:



a) B(AC)´
b) B(A´+C)
c) B´(AC)´
d) B´(A´C´)
e) N.A.

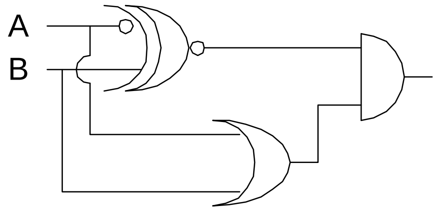
Del circuito se obtiene: $[(A \wedge B \wedge \sim C) \vee (B \wedge \sim C) \vee (\sim A \wedge B)]$

Simplificando por el método digital: $[(A \wedge B \wedge \sim C) \vee (B \wedge \sim C) \vee (\sim A \wedge B)]$

$A . B . C' + B . C' + A' . B$
$B . [A . C' + C' + A']$
$B . [C' (A + 1) + A']$
$B . [C' (1) + A']$
$B . [C' + A']$
$B . [A' + C']$
$B . (A . C)'$

Respuesta: a) B(AC)´

4. Dada la compuerta:



Equivale a

a) $(A \wedge B) \vee (\sim A \leftrightarrow B)$
b) $(A \vee B) \wedge (\sim A \leftrightarrow B)$
c) $\sim(\sim A \leftrightarrow B)$
d) $(A \vee B) \vee \sim B$
e) $(\sim A \leftrightarrow B)$

Del circuito se obtiene: $(\sim A \leftrightarrow B) \wedge (A \vee B)$

Simplificando la expresión:

$(\sim A \leftrightarrow B) \wedge (A \vee B)$
$[(\sim A \wedge B) \vee (\sim\sim A \wedge \sim B)] \wedge (A \vee B)$
$[(\sim A \wedge B) \vee (A \wedge \sim B)] \wedge (A \vee B)$

Continuando con el método digital de simplificación:

$[(\sim A \wedge B) \vee (A \wedge \sim B)] \wedge (A \vee B)$
$[A'.B + A.B'].(A + B)$
$\{[A'.B + A.B'].A\} + \{[A'.B + A.B'].B\}$
$\{A'.B.A + A.B'.A\} + \{A'.B.B + A.B'.B\}$
$\{A'.A.B + A.A.B'\} + \{A'.B.B + A.B'.B\}$
$\{0.B + A.B'\} + \{A'.B + A.0\}$
$\{0 + A.B'\} + \{A'.B + 0\}$
$\{A.B'\} + \{A'.B\}$
$A.B' + A'.B$
$A'.B + A.B'$

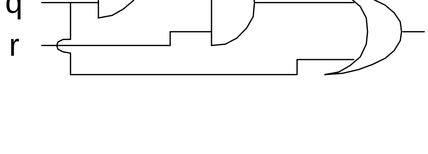
Llevando la expresión a la estructura lógica

$A'.B + A.B' \equiv (\sim A \wedge B) \vee (A \wedge \sim B)$
$(\sim A \leftrightarrow B)$

Respuesta: e) $(\sim A \leftrightarrow B)$

4.2. <u>EJERCICIOS PROPUESTOS</u>

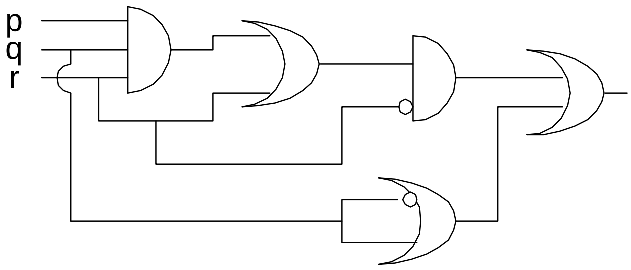
1. El circuito:



Equivale a:

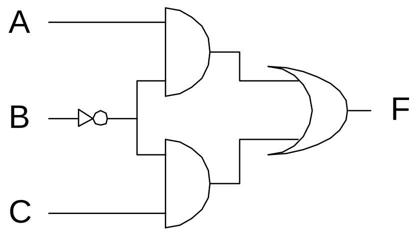
a) p
b) q
c) $p \wedge q$
d) $q \vee r$
e) $\sim p$

2. El siguiente circuito equivale a:



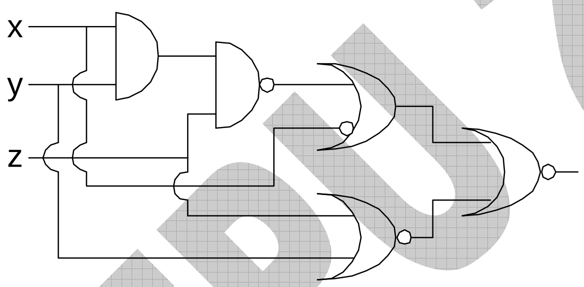
a) p ∨ q
b) 1
c) p ∧ q
d) 0
e) N.A.

3. Encuentre la expresión de salida (F) en el circuito mostrado:



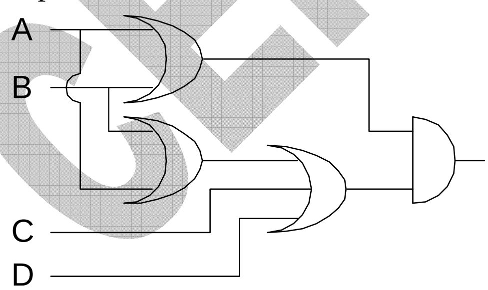
a) B´A+C
b) B´+B´C
c) A(B´C)
d) B´(A+C)
e) B´+C+A

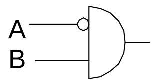
4. La expresión de salida del circuito es:

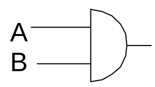


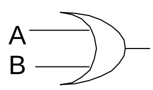
a) (xyz)´
b) x´yz
c) xy´z
d) xyz´
e) N.A.

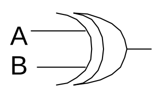
5. Simplificar:



a) 

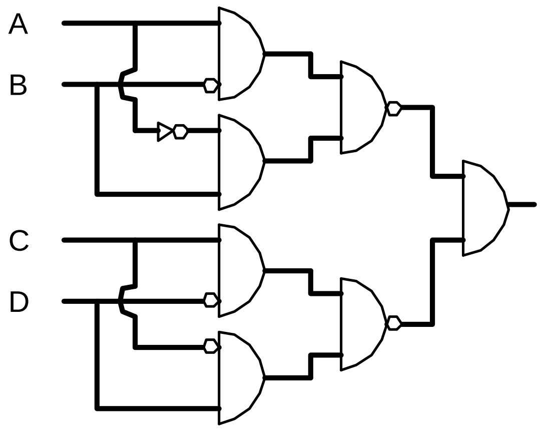
b) 

c) 

d) 

e) N.A.

6. Obtener la expresión "E" de salida del circuito de la figura:



a) A.B.C.D
b) (A.B)'.C.D
c) A'.B'.C'.D'
d) 0
e) 1

V.

EQUIVALENCIAS LÓGICAS:

La equivalencia lógica es una relación que existe entre dos fórmulas que tienen los mismos valores en su matriz final y si se unen bicondicionamente. El resultado es una **Tautología**

5.1. EJERCICIOS RESUELTOS

1. Cuáles de las siguientes fórmulas son equivalentes a: $\sim r \rightarrow \sim (p \wedge \sim q)$

   i. $p \rightarrow (q \vee r)$
   ii. $\sim p \wedge (q \vee r)$
   iii. $\sim q \rightarrow (\sim p \vee r)$

   a) solo i Ninguna c) ii, iii d) i, iii e) todos

   Del enunciado se tiene:

   $\sim r \rightarrow \sim (p \wedge \sim q)$
   $\sim\sim r \vee \sim (p \wedge \sim q)$
   $r \vee \sim (p \wedge \sim q)$
   $r \vee (\sim p \vee q)$
   $r \vee \sim p \vee q$

   De las alternativas podemos obtener:

i:	$p \rightarrow (q \vee r)$	ii:	$\sim p \wedge (q \vee r)$	iii:	$\sim q \rightarrow (\sim p \vee r)$
	$\sim p \vee (q \vee r)$		$(\sim p \wedge q) \vee (\sim p \wedge r)$		$\sim \sim q \vee (\sim p \vee r)$
	$r \vee \sim p \vee q$				$q \vee (\sim p \vee r)$
					$q \vee \sim p \vee r$
					$r \vee \sim p \vee q$

   Respuesta: d) i, iii

2. La formula: $[\sim (p \wedge \sim q) \vee r]$ equivale a:

   i. $[r \vee (\sim p \vee q)]$
   ii. $[(\sim p \vee q) \vee r]$
   iii. $\sim [(\sim q \wedge p) \wedge \sim r]$
   iv. $\sim [\sim (\sim p \vee q) \wedge \sim r]$
   v. $\sim [\sim r \wedge (\sim q \wedge p)]$

Son ciertas:

a) Todos b) Ninguna c) ii, iii, iv d) i, ii, iv e) iii, iv, v

Del enunciado se obtiene: $[\sim (p \wedge \sim q) \vee r]$
$\sim p \vee q \vee r$

De los enunciados se obtiene:

i. $[r \vee (\sim p \vee q)]$
$r \vee \sim p \vee q$
$\sim p \vee q \vee r$

ii. $[(\sim p \vee q) \vee r]$
$\sim p \vee q \vee r$

iii. $\sim [(\sim q \wedge p) \wedge \sim r]$
$\sim (\sim q \wedge p) \vee r$
$(\sim \sim q \vee \sim p) \vee r$
$q \vee \sim p \vee r$
$\sim p \vee q \vee r$

iv. $\sim[\sim(\sim p \vee q) \wedge \sim r]$
$\sim[(p \wedge \sim q) \wedge \sim r]$
$\sim (p \wedge \sim q) \vee r$
$(\sim p \vee q) \vee r$
$\sim p \vee q \vee r$

v. $\sim [\sim r \wedge (\sim q \wedge p)]$
$\sim \sim r \vee \sim (\sim q \wedge p)$
$r \vee (\sim \sim q \vee \sim p)$
$r \vee q \vee \sim p$
$\sim p \vee q \vee r$

Respuesta: a) todas

3. :Sea el esquema: $[(p \rightarrow q) \rightarrow r]$ sus equivalencias son:

i. $(\sim q \rightarrow \sim p) \rightarrow r$
ii. $(\sim q \rightarrow \sim p) \rightarrow \sim r$
iii. $\sim r \rightarrow \sim (p \rightarrow q)$
iv. $\sim r \rightarrow \sim(\sim q \rightarrow \sim p)$
v. $\sim r \rightarrow \sim (q \rightarrow p)$

Son ciertas:

a) i, iii, v b) ii, v c) i, iii, iv d) ii, iii, iv e) i, ii, iii

Del enunciado tenemos: $[(p \rightarrow q) \rightarrow r]$
$(\sim p \vee q) \rightarrow r$
$\sim (\sim p \vee q) \vee r$
$(\sim \sim p \wedge \sim q) \vee r$
$(p \wedge \sim q) \vee r$

De las alternativas tenemos:

i. $(\sim q \rightarrow \sim p) \rightarrow r$
$\sim(\sim q \rightarrow \sim p) \vee r$
$\sim(\sim\sim q \vee \sim p) \vee r$
$\sim(q \vee \sim p) \vee r$
$(\sim q \wedge \sim\sim p) \vee r$
$(\sim q \wedge p) \vee r$
$(p \wedge \sim q) \vee r$

ii. $(\sim q \rightarrow \sim p) \rightarrow \sim r$
$\sim(\sim q \rightarrow \sim p) \vee \sim r$
$\sim(\sim\sim q \vee \sim p) \vee \sim r$
$\sim(q \vee \sim p) \vee \sim r$
$(\sim q \wedge p) \vee \sim r$
$(p \wedge \sim q) \vee \sim r$

iii. $\sim r \rightarrow \sim(p \rightarrow q)$
$\sim\sim r \vee \sim(p \rightarrow q)$
$r \vee \sim(p \rightarrow q)$
$r \vee \sim(\sim p \vee q)$
$r \vee (p \wedge \sim q)$
$(p \wedge \sim q) \vee r$

iv. $\sim r \rightarrow \sim(\sim q \rightarrow \sim p)$
$\sim r \rightarrow \sim(\sim\sim q \vee \sim p)$
$\sim r \rightarrow \sim(q \vee \sim p)$
$\sim\sim r \vee \sim(q \vee \sim p)$
$r \vee \sim(q \vee \sim p)$
$r \vee (\sim q \wedge p)$
$(p \wedge \sim q) \vee r$

v. $\sim r \rightarrow \sim(q \rightarrow p)$
$\sim\sim r \vee \sim(q \rightarrow p)$
$r \vee \sim(q \rightarrow p)$
$r \vee \sim(\sim q \vee p)$
$r \vee (\sim\sim q \wedge \sim p)$
$r \vee (q \wedge \sim p)$
$(\sim p \wedge q) \vee r$

Respuesta: c) i, iii, iv

4. Dadas las proposiciones p y q se establece: $p \# q \equiv p \wedge \sim q$ ¿Cuál de las siguientes es equivalente a: $p \rightarrow \sim q$?

a) $\sim(p \# q)$ b) $\sim p \# q$ c) $\sim(p \# \sim q)$ d) $p \# \sim q$ e) N.A.

Del enunciado tenemos:

$p \# q \equiv p \wedge \sim q$

$p \rightarrow \sim q$
$\sim p \vee \sim q$

De las alternativas:

a) $\sim(p \# q) \equiv \sim(p \wedge \sim q)$
$\sim p \vee q$

b) $\sim p \# q \equiv \sim p \wedge \sim q$

c) $\sim(p \# \sim q) \equiv \sim(p \wedge \sim\sim q)$
$\sim(p \wedge q)$
$\sim p \vee \sim q$

d) $p \# \sim q \equiv (p \wedge \sim\sim q)$
$(p \wedge q)$

Respuesta: c) $\sim(p \# \sim q)$

5. Si: $p \downarrow q$ se define por $(\sim p) \wedge (\sim q)$, entonces ¿ A cuál es equivalente: $\sim (p \leftrightarrow q)$?

   a) $(\sim p \downarrow q) \vee (q \downarrow p)$
   b) $(\sim p \downarrow q) \vee (\sim q \downarrow p)$
   c) $(\sim p \downarrow \sim q) \vee (q \downarrow p)$
   d) todos
   e) N.A.

   Del enunciado tenemos:

   $p \downarrow q \equiv (\sim p) \wedge (\sim q)$ $\sim (p \leftrightarrow q) \equiv$
   $\sim [(p \wedge q) \vee (\sim p \wedge \sim q)$
   $\sim [(p \wedge q) \vee (\sim p \wedge \sim q)$
   $\sim (p \wedge q) \wedge \sim (\sim p \wedge \sim q)$
   $(\sim p \vee \sim q) \wedge (p \vee q)$
   $[(\sim p \vee \sim q) \wedge p] \vee [(\sim p \vee \sim q) \wedge q]$
   $[p \wedge \sim q] \vee [\sim p \wedge q]$

   De las alternativas se obtiene:

   a) $(\sim p \downarrow q) \vee (q \downarrow p)$
   $(\sim \sim p \wedge \sim q) \vee (\sim q \wedge \sim p)$
   $(p \wedge \sim q) \vee (\sim q \wedge \sim p)$
   $(p \wedge \sim q) \vee (\sim q \wedge \sim p)$

   b) $(\sim p \downarrow q) \vee (\sim q \downarrow p)$
   $(\sim \sim p \wedge \sim q) \vee (\sim \sim q \wedge \sim p)$
   $(p \wedge \sim q) \vee (q \wedge \sim p)$
   $(p \wedge \sim q) \vee (q \wedge \sim p)$

   c) $(\sim p \downarrow \sim q) \vee (q \downarrow p)$
   $(\sim \sim p \wedge \sim \sim q) \vee (\sim q \wedge \sim p)$
   $(p \wedge q) \vee (\sim q \wedge \sim p)$

   Respuesta: b) $(\sim p \downarrow q) \vee (\sim q \downarrow p)$

6. Dado el esquema: $\{[(p \rightarrow q) \rightarrow r] \rightarrow s\} \rightarrow t$ su esquema molecular equivalente es:

   a) $\{[(p \wedge \sim q) \vee r] \wedge \sim s\} \vee t$
   b) $\{[(p \vee q) \vee r] \wedge s\} \vee t$
   c) $\{[(\sim p \vee q) \wedge \sim r] \vee s\} \wedge t$
   d) $\{[(p \vee q) \wedge r] \vee s\} \wedge t$
   e) $\{[(p \wedge q) \vee r] \wedge s\} \wedge t$

   Del enunciado tenemos:

   $\{ [(p \rightarrow q) \rightarrow r] \rightarrow s \} \rightarrow t$
   $\{ [(\sim p \vee q) \rightarrow r] \rightarrow s \} \rightarrow t$
   $\{ [\sim (\sim p \vee q) \vee r] \rightarrow s \} \rightarrow t$
   $\{ [(p \wedge \sim q) \vee r] \rightarrow s \} \rightarrow t$
   $\{ \sim [(p \wedge \sim q) \vee r] \vee s \} \rightarrow t$

$\{ [\sim (p \wedge \sim q) \wedge \sim r] \vee s \} \rightarrow t$
$\{ [(\sim p \vee q) \wedge \sim r] \vee s \} \rightarrow t$
$\sim \{ [(\sim p \vee q) \wedge \sim r] \vee s \} \vee t$
$\{ \sim [(\sim p \vee q) \wedge \sim r] \wedge \sim s \} \vee t$
$\{ [\sim (\sim p \vee q) \vee r] \wedge \sim s \} \vee t$
$\{ [(p \wedge \sim q) \vee r] \wedge \sim s \} \vee t$

Respuesta: a) $\{[(p \wedge \sim q) \vee r] \wedge \sim s\} \vee t$

5.2. EJERCICIOS PROPUESTOS

1. La formula: $\sim [(A \rightarrow \sim B) \wedge C]$, equivale a:

   a) $\sim(A \rightarrow \sim B) \wedge \sim C$
   b) $(B \rightarrow \sim A) \vee \sim C$
   c) $\sim(\sim B \rightarrow A) \vee C$
   d) $(\sim A \rightarrow B) \vee \sim C$
   e) N.A.

2. :La formula: $\sim(A \rightarrow \sim B) \vee \sim C$, equivale a:

   a) $\sim(A \wedge B) \wedge C$
   b) $\sim(A \rightarrow \sim B) \wedge C$
   c) $\sim(B \rightarrow \sim A) \wedge \sim C$
   d) $\sim(B \rightarrow A) \wedge C$
   e) N.A.

3. El esquema lógico: $(p \rightarrow q) \wedge (p \wedge \sim p)$ equivale a las siguientes proposiciones:

   i. $(p \rightarrow \sim q) \wedge (\sim q \rightarrow \sim p)$
   ii. $\sim p \vee q$
   iii. $\sim[\sim(p \rightarrow q) \wedge (p \wedge \sim p)]$
   iv. $\sim p \wedge p$
   v. $(\sim p \vee q) \wedge (\sim p \wedge p)$

   Son ciertas:

   a) ii, iii b) i, iv c) ii, iv, v d) i, iv, v e) sólo v

4. Dadas las formulas:

   i. $(\sim p \vee q) \rightarrow p$
   ii. $(p \rightarrow q) \vee (p \wedge q)$

iii. $(\sim p \vee q) \rightarrow p$

¿Cuáles son lógicamente equivalentes:

a) i, ii b) Ninguna c) ii, iii d) i, iii e) todos

5. Son formulas equivalentes:

   i. $p \wedge (p \leftrightarrow q)$
   ii. $p \leftrightarrow (p \wedge q)$
   iii. $p \rightarrow (p \rightarrow q)$
   iv. $\sim p \wedge \sim q$

   Se cumple:

   a) i, ii b) iii, iv c) ii, iii d) i, iv e) todos

6. La proposición siguiente: $(p \wedge \sim r) \vee [\sim q \rightarrow \sim (p \wedge r)]$ equivale a :

   a) $(p \wedge r) \rightarrow \sim q$ b) $q \rightarrow (p \wedge r)$ c) $p \rightarrow (p \wedge r)$
   d) $r \rightarrow (p \rightarrow q)$ e) N.A.

7. Dados los esquemas lógicos:

   $P = (p \rightarrow q) \wedge \sim (\sim p \wedge q)$
   $R = \sim(p \leftrightarrow q)$
   $Q = \sim (p \vee \sim q)$
   ¿ Cuál de las siguientes relaciones es correcta?

   a) $P \equiv R$ b) $R \equiv Q$ c) $P \equiv Q$ d) $R \equiv Q$ e) N.A.

8. La proposición: $\sim (p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow \sim r)$
   Es equivalente a:
   a) $(p \wedge \sim q) \wedge \sim (r \wedge q)$ b) $(p \wedge \sim q) \wedge \sim r$ c) $(p \vee \sim q) \wedge \sim (r \wedge q)$
   d) $(p \wedge \sim r) \wedge \sim q$ e) $(p \rightarrow q) \wedge (r \rightarrow \sim q)$

VI.

FORMALIZACIÓN Y TRADUCCIÓN PROPOSICIONAL

Formalización Proposicional es el procedimiento mediante el cual se identifican proposiciones simples y estructuras lógicas proposicionales, asignándoles a cada uno un determinado símbolo del lenguaje de lógica proposicional organizándolos con signos de agrupación.

Dentro de los términos del lenguaje natural que designan operadores proposicionales tenemos:

- **Negador: ~ A**
  - Es falso que A
  - Es absurdo que A
  - Es mentira que A
  - Es inconcebible que A
  - Es negable que A
  - No ocurre que A
  - Es inadmisible
  - Es refutable A.

- **Conjuntor: A $\wedge$ B**
  - A pero B
  - A sin embargo B
  - A incluso B
  - A tanto como B
  - A así mismo B
  - A también B
  - A al igual que B
  - No solo A también B
  - A no obstante B.

- **Disyuntor: A $\vee$ B**
  - A o también B
  - A o incluso B
  - A a no ser B
  - A y/o B
  - A o en todo caso B
  - A y bien o también B
  - A excepto que B
  - A a menos que B
  - A salvo que B
  - A alternativamente B
  - A o bien B

- **Implicador: A $\rightarrow$ B**
  - A implica a B
  - A por lo tanto B
  - A luego B
  - A consecuentemente B
  - Ya que A entonces B
  - Siempre que A entonces B
  - Dado que A entonces B
  - A solo cuando B
  - A es condición suficiente para B
  - A solo si B.

- Puesto que A entonces B

- **Biimplicador: A ↔ B**

- A siempre y cuando B
- A es condición suficiente y necesaria para B
- A porque y solamente B
- A es suficiente y B también
- A es equivalente a B
- A es lo mismo que B
- A implica y esta implicado por B
- Solo si A entonces B.

6.1. EJERCICIOS RESUELTOS

1. El argumento: “Eres Ingeniero o Matemático. Pero no eres profesional en matemáticas. Por tanto eres profesional en Ingeniería”. Se simboliza:

   a) $[(p \rightarrow q) \wedge \sim q] \wedge p$
   b) $[(p \leftrightarrow q) \wedge \sim q] \wedge p$
   c) $[(p \vee q) \wedge \sim q] \wedge p$
   d) $[(p \vee q) \wedge \sim q] \rightarrow p$
   e) N.A.

   Del enunciado definimos: p : Eres ingeniero
   q : Eres matemático

   Construimos la expresión a través del enunciado:
   - $(p \vee q)$ // Eres Ingeniero o Matemático.
   - $[(p \vee q) \wedge \sim q]$ // .... Pero no eres profesional en matemáticas.
   - $[(p \vee q) \wedge \sim q] \rightarrow p$ // .... Por tanto eres profesional en Ingeniería

   Respuesta: d) $[(p \vee q) \wedge \sim q] \rightarrow p$

2. La proposición: “Habrá aros y sortijas refulgentes siempre que el oro sea derretido además moldeado”, se formaliza:

   a) $(p \wedge q) \rightarrow (r \vee s)$
   b) $r \rightarrow (p \wedge q)$
   c) $(r \wedge s) \rightarrow (p \wedge q)$
   d) $(r \vee s) \rightarrow (p \wedge q)$
   e) $(p \wedge q) \leftrightarrow (r \vee s)$

Del enunciado definimos:

p : Habrá aros refulgentes
q : Habrá sortijas refulgentes
r : Oro sea derretido
s : Oro sea moldeado

Construimos la expresión a través del enunciado:

- $(p \wedge q)$ // Habrá aros y sortijas refulgentes
- $(r \vee s)$ // Oro sea derretido además moldeado
- $(r \vee s) \rightarrow (p \wedge q)$ // .... Siempre que ....

Respuesta: c) $(r \wedge s) \rightarrow (p \wedge q)$

3. Formalizar: "Si en Marte no hay agua; entonces no hay vida; en consecuencia, no hay marcianos ni platillos voladores"

a) $\sim p \rightarrow [\sim q \rightarrow (\sim r \wedge \sim s)]$
b) $(\sim p \rightarrow q) \rightarrow (\sim r \wedge \sim s)$
c) $(\sim p \rightarrow \sim q) \rightarrow (\sim r \vee \sim s)$
d) $\sim p \rightarrow [\sim q \rightarrow (\sim r \wedge \sim s)$
e) $(\sim p \rightarrow \sim q) \rightarrow (\sim r \wedge \sim s)$

Del enunciado definimos:

p : En Marte hay agua
q : En Marte hay vida
r : Hay marcianos
s : Hay platillos voladores

Construimos la expresión a través del enunciado:

- $(\sim p \rightarrow \sim q)$ // Si en Marte no hay agua; entonces no hay vida
- $(\sim r \wedge \sim s)$ // no hay marcianos ni platillos voladores
- $(\sim p \rightarrow \sim q) \rightarrow (\sim r \wedge \sim s)$ // en consecuencia,

Respuesta: e) $(\sim p \rightarrow \sim q) \rightarrow (\sim r \wedge \sim s)$

4. Hallar la equivalencia a: "Es falso que su Ud. ve un gato negro entonces tendrá mala suerte"

a) Ve un gato negro y tiene mala suerte
b) no tiene mala suerte si ve un gato negro
c) Ve un gato negro y no tiene mala suerte
d) Ve un gato negro si tiene mala suerte
e) N.A.

Del enunciado definimos:

p : Ud. ve un gato negro
q : Ud. tendrá mala suerte

Construimos la expresión a través del enunciado:

- $p \rightarrow q$ // Si Ud. ve un gato negro entonces tendrá mala suerte
- $\sim (p \rightarrow q)$ // Es falso que ...

Simplificando la expresión: $\sim (p \rightarrow q) \equiv \sim (\sim p \vee q)$
$(p \wedge \sim q)$

La expresión se interpretaría como: "Ud. ve un gato negro y no tendrá mala suerte"

Respuesta: c) Ve un gato negro y no tiene mala suerte

5. La proposición "Si caigo, me levanto. Si me levanto, camino. Por tanto ya que caigo bien se ve que camino". Se formaliza:

a) $[(p \wedge q) \wedge (q \wedge r)] \rightarrow (p \wedge r)$
b) $[(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow r)] \wedge (p \rightarrow r)$
c) $[(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow r)] \rightarrow (p \rightarrow r)$
d) $[(p \wedge q) \rightarrow (q \wedge r)] \rightarrow (p \rightarrow r)$
e) N.A.

Del enunciado definimos:
p : Me caigo
q : Me levanto
r : camino

Construimos la expresión a través del enunciado:

- $p \rightarrow q$ // Si caigo, me levanto
- $(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow r)$ // ...... Si me levanto, camino.
- $(p \rightarrow r)$ // Ya que caigo bien se ve que camino
- $[(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow r)] \rightarrow (p \rightarrow r)$ // ...... Por tanto ......

Respuesta: c) $[(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow r)] \rightarrow (p \rightarrow r)$

6. "Si Alondra depende de Bárbara entonces también depende de Clotilde. Y, si depende de Clotilde, depende de Dalia, mas, si depende de Dalia luego depende de Ernestina. Por tanto, ya que alondra depende de Bárbara en tal sentido depende de Ernestina" se simboliza:

a) $[(A \wedge B) \wedge (B \wedge C)] \wedge (C \wedge D) \rightarrow (A \rightarrow E)$
b) $[(A \rightarrow B) \wedge (B \wedge C)] \wedge (C \rightarrow D) \rightarrow (A \rightarrow D)$
c) $[(A \rightarrow B) \wedge (B \rightarrow C)] \rightarrow (C \rightarrow D) \rightarrow (A \rightarrow D)$
d) $[(A \rightarrow B) \wedge (B \rightarrow C)] \wedge (C \rightarrow D) \rightarrow (A \rightarrow D)$
e) N.A.

Del enunciado definimos:

B : Alondra depende de Barbara
C : Alondra depende de Clotilde
D : Alondra depende de Dalia
E : Alondra depende de Ernestina

Construimos la expresión a través del enunciado:

- $(B \to C)$
  // Si Alondra depende de Bárbara entonces también depende de Clotilde
- $(B \to C)] \wedge (C \to D)$
  // .... Y, si depende de Clotilde, depende de Dalia,
- $[(B \to C) \wedge (C \to D)] \wedge (D \to E)$
  // .... mas, si depende de Dalia luego depende de Ernestina
- $[(B \to C) \wedge (C \to D)] \wedge (D \to E) \to (B \to E)$
  // .... Por tanto, ya que alondra depende de Bárbara en tal sentido depende de Ernestina

Revisando la estructura de respuesta con la de las alternativas del ejercicio obtenemos la alternativa d) como respuesta

Respuesta: d) $[(A \to B) \wedge (B \to C)] \wedge (C \to D) \to (A \to D)$

6.2. EJERCICIOS PROPUESTOS

1. Formalizar: "Si luchas por triunfar, entonces triunfarás, sin embargo no luchas por triunfar".

   a) $p \to (q \wedge r)$
   b) $(p \to q) \wedge \sim p$
   c) $p \to (q \wedge \sim r)$
   d) $(p \to q) \wedge (p \vee q)$
   e) $(p \to q) \vee \sim q$

2. La traducción correcta de la formula proposicional: $(B \to A) \to \sim (\sim B \to \sim A)$ es:

   a) Si actúo entonces soy consciente; por lo tanto si no actúo entonces no soy consciente
   b) Pienso porque existo. En consecuencia no pienso porque no existo
   c) Hace calor siempre que sea verano. Entonces es falso que si no hace calor luego es verano

d) Sale el sol si es de día, luego, es falso que si no sale el sol luego no es de día.
e) N.A.

3. "No es buen deportista pero sus notas son excelentes". Es equivalente a:

a) No es cierto que, sea un buen deportista o sus notas no sean excelentes.
b) No es cierto que, sea un buen deportista o sus notas sean excelentes.
c) No es cierto que, no sea un buen deportista o sus notas no sean excelentes.
d) No es cierto que, es un buen deportista y sus notas no son excelentes.
e) N.A.

4. En la siguiente expresión: "El alcalde será reelegido, si mantiene el ornato de la ciudad o no aumenta el impuesto predial" su formalización es:

a) $(q \vee r) \wedge \sim p$
b) $(q \vee \sim r) \rightarrow p$
c) $p \rightarrow (q \leftrightarrow r)$
d) $p \rightarrow (q \vee r)$
e) N.A.

5. Dada la proposición "Juan será encontrado culpable, si hoy rinde su instructiva, por tanto si hoy rinde su instructiva, dirá la verdad. Juan no será encontrado culpable, si no dice la verdad". La formalización correcta es:

a) $[(A \rightarrow B) \rightarrow (B \rightarrow C)] \wedge (\sim C \rightarrow \sim A)$
b) $[(A \wedge B) \wedge (B \rightarrow C)] \wedge (\sim C \wedge \sim A)$
c) $[(A \rightarrow B) \wedge (B \wedge C)] \wedge (\sim C \wedge \sim A)$
d) $[(B \rightarrow A) \rightarrow (B \rightarrow C)] \wedge (\sim C \rightarrow \sim A)$
e) N.A.

6. La proposición: "Siempre que y sólo cuando haya explosión nuclear, habrá radioactividad. Sin embargo, al haber radioactividad luego habrá mutaciones. por lo tanto la explosión nuclear es condición suficiente para las mutaciones ", se simboliza:

a) $[(A \rightarrow B) \wedge (B \rightarrow C)] \rightarrow (A \rightarrow C)$
b) $[(A \leftrightarrow B) \wedge (B \rightarrow C)] \rightarrow (A \leftrightarrow C)$
c) $[(A \leftrightarrow B) \wedge (B \leftrightarrow C)] \rightarrow (A \rightarrow C)$
d) $[(A \leftrightarrow B) \wedge (B \rightarrow C)] \rightarrow (A \rightarrow C)$
e) N.A.

7. Sean $R \equiv p \wedge \sim q$; $S \equiv \sim p \leftrightarrow q$
   Expresar en términos de p y q "S es condición suficiente para R":

   a) $q \rightarrow p$ b) $p \rightarrow q$ c) $p \wedge \sim q$ d) $q \leftrightarrow p$ e) $\sim p \vee \sim q$

8. La proposición: "Es absurdo que, los sueldos no tienen capacidad adquisitiva, pero los trabajadores protestan". Se formaliza como:

   a) $A \vee \sim B$ b) $\sim(\sim A \wedge B)$ c) $A \wedge \sim B$ d) $\sim A \wedge \sim B$ e) $\sim(A \wedge B)$

9. La ley: "La negación de una disyunción de dos variables es equivalente a la conjunción de las negaciones de cada variable". Se formaliza como:

   a) $\sim(A \vee B) \rightarrow \sim A \wedge \sim B$
   b) $\sim(A \vee B) \leftrightarrow \sim A \vee \sim B$
   c) $\sim(A \wedge B) \vee (A \vee B)$
   d) $(\sim A \wedge \sim B) \vee (\sim A \wedge \sim B)$
   e) $(\sim A \wedge \sim B) \leftrightarrow \sim(A \vee B)$

10. La proposición lógica: "No es falso que no sea correcto que el Brasil no sea un pais subdesarrollado". Su formalización es:

    a) $\sim (\sim B)$ b) $\sim (\sim B)$ c) $\sim \sim (\sim B)$ d) $\sim \sim [\sim \sim (\sim B)]$ e) $\sim B$

11. La proposición "Alex ingresará a la UNJBG, siempre que y sólo cuando Felipe, Miguel además Raúl no sean postulantes", se formaliza:

    a) $A \rightarrow (B \wedge C \wedge \sim D)$ b) $A \leftrightarrow (\sim B \wedge \sim C \wedge \sim D)$ c) $A \leftrightarrow (B \wedge C \wedge \sim D)$
    d) $(\sim B \wedge \sim C \wedge \sim D) \rightarrow A$ e) N.A.

12. La fórmula lógica $[(B \wedge C) \rightarrow A]$, se traduce como:

    a) Duermo si tengo sueño o cansancio
    b) Si camino además trajino entonces me canso
    c) De la uva deviene el vino y la cachina
    d) Por la materia es infinita es obvio que no se crea ni se destruye
    e) Todas las anteriores.

13. Dado el siguiente argumento: "Si sudo es porque corro. Cierro los ojos entonces duermo. Pero no corro o no duermo; en consecuencia no sudo a menos que no cierro los ojos" la formalización correcta es:

    a) $[(B \rightarrow A) \wedge (C \rightarrow D) \wedge (\sim B \vee \sim D)] \rightarrow (\sim A \vee \sim C)$
    b) $[(B \leftrightarrow A) \wedge (C \rightarrow D) \wedge (\sim B \vee \sim D)] \rightarrow (\sim A \vee C)$
    c) $[(A \rightarrow B) \wedge (C \rightarrow D) \wedge (\sim B \vee D)] \rightarrow (\sim A \vee C)$
    d) $[(A \rightarrow B \wedge C \rightarrow D) \wedge (\sim B \vee \sim D)] \rightarrow (\sim A \wedge \sim C)$
    e) N.A.

14. La formalización de: $\sqrt[3]{8} = 2$ al igual que $\sqrt{9} = 3$ en consecuencia $\sqrt[3]{8} + \sqrt{9} = 5$ se formaliza:

    a) $(A \wedge B) \rightarrow (A \vee B)$ b) $(A \wedge B) \rightarrow C$ c) $(A \vee B) \rightarrow (A \wedge B)$
    d) $(A \vee B) \rightarrow C$ e) N.A.

VII.

EQUIVALENCIAS NOTABLES:

Las equivalencias notables permiten realizar transformaciones, es decir, convertir unas expresiones en otras, o unas formulas en otras

7.1. EJERCICIOS RESUELTOS

1. Dado el esquema: $[(\sim p \wedge q) \rightarrow q\,] \rightarrow (p \vee q)$. Su equivalencia es:

   a) Juan va al cine o estudia
   b) Juan no va al cine o estudia
   c) Juan va al cine y estudia
   d) Juan no va al cine ni estudia
   e) N.A.

   Del enunciado procedemos a simplificar el esquema:

   $[(\sim p \wedge q) \rightarrow q\,] \quad \rightarrow \quad (p \vee q)$
   $\sim [\,\sim (\sim p \wedge q) \vee q\,] \vee (p \vee q)$
   $[\,\sim\sim (\sim p \wedge q) \wedge \sim q\,] \vee (p \vee q)$
   $[\,(\sim p \wedge q) \wedge \sim q\,] \quad \vee (p \vee q)$
   $[\,\sim p \wedge (\,q \wedge \sim q\,)\,] \quad \vee (p \vee q)$
   $[\,\sim p \wedge \quad F \quad] \quad \vee (p \vee q)$
   $F \quad \vee (p \vee q)$
   $(p \vee q)$

   Definiendo p : Juan va al cine
   q: Juan estudia

   Se puede interpretar el esquema obtenido como:

   " Juan va al cine o estudia "

   Respuesta: a) Juan va al cine o estudia

2. La proposición "no es falso que sea absurdo que, el león es un mamífero", equivale a:

   i. El león no es domestico
   ii. El león no es mamífero
   iii. Es objetable decir que, el león sea mamífero
   iv. El león es mamífero o además vertebrado
   v. No es innegable que, el león sea mamífero

   No son ciertas, excepto:

   a) i, ii, iii   b) ii, iii, v   c) i,ii, v   d) ii, iii, iv   e) N.A.

Del enunciado definimos:

p: El león es un mamífero.

La estructura del enunciado seria:

- $\sim p$ // sea absurdo que, el león es un mamífero
- $\sim \sim p$ // es falso que sea absurdo .....
- $\sim \sim \sim p$ // No es falso que .....

Por lo que el equivalente al enunciado seria : $\sim p$

De las alternativas se tiene:

i. El león no es domestico: $\sim q$
Definimos q: El león es domestico

ii. El león no es mamífero: $\sim p$

iii. Es objetable decir que, el león sea mamífero: $\sim p$

iv. El león es mamífero o además vertebrado: $p \vee r$
Definimos r: El león es vertebrado

v. No es innegable que, el león sea mamífero $\sim p$

Respuesta: d) ii, iii, iv

3. Que se concluye de la expresión "No río a menos que reniegue. No reniego excepto que esté tranquilo"

a) Ni río ni estoy tranquilo
b) No estoy tranquilo salvo que reniegue
c) Río porque estoy tranquilo
d) No río salvo que esté tranquilo
e) N.A.

Del enunciado definimos p: Yo rio
q: Yo reniego
r : Yo estoy tranquilo

Construimos la expresión a través del enunciado:

- $\sim p \vee q$ // No río a menos que reniegue
- $\sim q \vee r$ // No reniego excepto que esté tranquilo
- $(\sim p \vee q) \wedge (\sim q \vee r)$

Aplicando leyes lógicas tenemos: $(\sim p \vee q) \wedge (\sim q \vee r) \equiv (p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow r)$

Se observa que en la expresión $(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow r)$ existen dos condicionales, donde el consecuente *q* del primer condicional es el antecedente del segundo condicional, por lo que se deduce lógicamente que la expresión:

$$(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow r) \quad \rightarrow \quad (p \rightarrow r)$$

$$(p \rightarrow r) \equiv (\sim p \vee r)$$

Lo que se interpreta: “No rio a menos que esté tranquilo”.

Respuesta: d) No río salvo que esté tranquilo

4. La expresión: “Si la televisión es antinacional por tanto es alienante. Sin embargo no es mentira que sea alienante”. Es equivalente a:

a) La televisión es antinacional
b) Es falso que la televisión no sea antinacional
c) No es verdad que la televisión sea antinacional y alienante
d) Todas
e) La televisión es alienante.

Del enunciado definimos p: La televisión es antinacional.
q: La televisión es alienante.

Construimos la expresión a través del enunciado:

- $p \rightarrow q$ // Si la televisión es antinacional por tanto es alienante
- $\sim \sim q$ // no es mentira que sea alienante
- $(p \rightarrow q) \wedge q$ // ...... Sin embargo .....

Simplificando la expresión tenemos : $(p \rightarrow q) \wedge q \equiv q$

De lo que se interpreta : “La televisión es alienante”

Respuesta: e) La televisión es alienante.

5. La proposición: “los cetáceos tienen cráneo si y solo si son vertebrados”, equivale a:

i. Tienen los cetáceos cráneo y no son vertebrados, a menos que, ni son vertebrados ni tiene cráneo.
ii. Tienen cráneo o no son vertebrados, así como, son vertebrados o no tiene cráneo.
iii. Si tiene cráneo, son vertebrados; tal como; si son vertebrados, tienen cráneo.

iv. Los cetáceos son vertebrados o no tienen cráneo, así como, tienen cráneo o no son vertebrados.
v. Los cetáceos son vertebrados y no tiene cráneo.

Son ciertas:

a) i, ii, iii b) ii, iii, v c) i, ii, v d) ii, iii, iv e) N.A.

Del enunciado definimos p: Los cetáceos tienen cráneo.
q: Los cetáceos son vertebrados

Construimos la expresión a través del enunciado:

- $p \leftrightarrow q$ // Los cetáceos tienen cráneo si y solo si son vertebrados

Simplificando el enunciado tenemos:

$p \leftrightarrow q \equiv (p \wedge q) \vee (\sim p \wedge \sim q)$
$[(p \wedge q) \vee \sim p] \wedge [(p \wedge q) \vee \sim q]$
$(q \vee \sim p) \wedge (p \vee \sim q)$

$(q \vee \sim p) \wedge (p \vee \sim q) \equiv [(q \vee \sim p) \wedge p] \vee [(q \vee \sim p) \wedge \sim q]$
$[(q \wedge p] \vee [\sim p \wedge \sim q]$

De las alternativas se obtiene:

i:
- $p \wedge \sim q$ // Tienen los cetáceos cráneo y no son vertebrados.
- $\sim p \wedge \sim q$ // ni son vertebrados ni tiene cráneo
- $(p \wedge \sim q) \vee (\sim p \wedge \sim q)$ // ......, a menos que, ...

ii:
- $(p \vee \sim q)$ // Tienen cráneo o no son vertebrados
- $(q \vee \sim p)$ // son vertebrados o no tiene cráneo.
- $(p \vee \sim q) \wedge (q \vee \sim p)$ // ...... , así como, ...

iii:
- $(p \rightarrow q)$ // Si tiene cráneo, son vertebrados
- $(q \rightarrow p)$ // si son vertebrados, tienen cráneo.
- $(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p)$ // ......; tal como; ......

iv:
- $(q \vee \sim p)$ // Los cetáceos son vertebrados o no tienen cráneo
- $p \vee \sim q)$ // tienen cráneo o no son vertebrados.
- $(q \vee \sim p) \wedge (p \vee \sim q)$ // ...... , así como, ...

v:
- $q \wedge \sim p$ // Los cetáceos son vertebrados y no tiene cráneo.

Respuesta: b) ii, iii, v

7.2. EJERCICIOS PROPUESTOS

1. El enunciado “Pablo no es rico pero es feliz”. Se simboliza:

   a) Es falso que, Pablo es rico o no es feliz
   b) Pablo ni es rico ni feliz
   c) Es incorrecto que si pablo es rico, es infeliz
   d) Pablo es rico o feliz
   e) N.A.

2. Sean las proposiciones:

   p: Los astronautas son seres normales
   q: Los científicos son seres normales

   Dado el esquema: $(p \wedge q) \vee \sim p$. Su equivalencia es:

   a) Es falso que los científicos son seres normales, excepto que los astronautas son seres normales.
   b) Los científicos son seres normales a no ser que los astronautas no son seres normales.
   c) Es falso que los científicos no son seres normales.
   d) No sólo los científicos son seres normales también los astronautas son seres normales.
   e) N.A.

3. Que se concluye de: “ Si practicas pesas, estás en forma. Si estas en forma, las chicas te miran”.

   a) No es el caso que practique deporte y las chicas te miren
   b) No es cierto que estés en forma o las chicas te miren
   c) Las chicas te miran y no practicas pesas
   d) No practicas pesas o las chicas te miran
   e) N.A.

4. Dado el esquema molecular: $(p \wedge r) \vee (p \wedge s) \vee (q \wedge r) \vee (q \wedge s)$ es equivalente a:

   a) Carmela recibió la carta también tomó el bus. O también recibió el pedido salvo que ofrezca el brindis
   b) Carmela recibió la carta o también tomó el bus. Del mismo modo recibió el pedido salvo que ofrecerá el brindis.
   c) Carmela recibió la carta al mismo tiempo recibió el pedido, salvo que, Carmela tomó el bus al igual que ofrecerá el brindis.
   d) Carmela recibió la carta excepto que recibió el pedido. Tal como, Carmela tomó el bus a no ser que ella ofrecerá el brindis.
   e) N.A.

5. La negación de la proposición: "Juan no viajó a Europa porque perdió sus documentos" equivale a:

   i. Es falso que Juan no perdió sus documentos o Juan no viajó a Europa
   ii. Juan perdió sus documentos y viajó a Europa.
   iii. Es mentira que si Juan viajó, entonces no perdió sus documento
   iv. Juan viajó y perdió sus documentos.
   v. Es absurdo que Juan no viajó, a menos que no perdió sus documentos.

   Son ciertas:

   a) i, ii, iii b) iii, iv, v c) i, ii, v d) i, ii e) Todas

6. El enunciado: "Sandra ni es profesora ni es economista" equivale a:

   a) Es falso que Sandra sea profesora así como también economista.
   b) Sandra es economista o profesora
   c) Es incorrecto que Sandra fuera economista será profesora.
   d) Es falso que al no ser Sandra profesora deducimos que será economista.
   e) Si Sandra es economista, será profesora.

7. Si la siguiente proposición es falsa:

   "Si el viaje es muy largo entonces Luis maneja con cuidado, o bien la carretera no está bien asfaltada o Luis maneja con cuidado; pero la carretera no está bien asfaltada. Por tanto el viaje no es muy largo."

   Se puede afirmar:

   a) Luis maneja con cuidado y la carretera no está bien asfaltada.
   b) El viaje no es muy largo y Luis maneja con cuidado.
   c) El viaje es muy largo.

d) La carretera está bien asfaltada.
e) El viaje no es muy largo pero la carretera esta bien asfaltada.

8. La proposición "Es inadmisible que el metabolismo se dé por catabolismo y anabolismo" equivale a:

    i. Metabolismo se da por catabolismo entones no se da por anabolismo.
    ii. Es absurdo que el metabolismo se da por anabolismo también por catabolismo.
    iii. El metabolismo se da por catabolismo y anabolismo.
    iv. Es falso que, si el metabolismo no se da por catabolismo, luego no se da por anabolismo.
    v. El metabolismo no se da por catabolismo o no se da por anabolismo.

    Son ciertas:

    a) i, ii, iii b) ii, iii, iv c) iii, iv, v d) i, iv, v e) i, ii, v.

9. La negación de la proposición: "Benito no viajo a Europa porque perdió sus documentos" equivale a:

    i. Es falso que Benito no perdió sus documentos o Benito no viajo a Europa.
    ii. Benito perdió sus documentos y viajo a Europa.
    iii. Es mentira que si Benito viajó, entonces no perdió sus documentos
    iv. Benito viajó y perdió sus documentos.
    v. Es absurdo que Benito no viajó, a menos que no perdió sus documentos.

    Son ciertas:

    a) i, ii, iii b) iii, iv, v c) i, ii, v d) i, ii e) todas

10. El enunciado "Si has estudiado, entonces pasarás de ciclo y no pagarás por segunda matricula". Es equivalente a:

    a) Has estudiado entonces pasarás de ciclo excepto que has estudiado y no pagarás por segunda matricula.
    b) Siempre que has estudiado por consiguiente pasarás de ciclo, al mismo tiempo, toda vez que has estudiado en consecuencia no pagarás por segunda matricula.
    c) Sólo si has estudiado, pasarás de ciclo y no pagaras segunda matricula.
    d) Si has estudiado no pasarás de ciclo y pagarás por segunda matricula.
    e) N.A.

11. Luis está de viaje. Pero Ricardo tiene fiebre o también está agripado:

    a) Luis está de viaje o Ricardo tiene fiebre. Pero Luis está de viaje salvo que Ricardo está agripado.
    b) Luis esta de viaje sin embargo Ricardo tiene fiebre. A menos que Luis está de viaje aunque Ricardo esta agripado.
    c) Luis esta de viaje así como Ricardo tiene fiebre. A menos que Luis está de viaje y Ricardo no está agripado
    d) No solo Luis está de viaje también Ricardo está agripado. A menos que, Luis está de viaje y Ricardo tiene fiebre.
    e) N.A.

12. El enunciado: “La señal de corriente alterna es sinusoidal del mismo modo que la señal digital es cuadrada” equivale a:

    i. La señal digital es cuadrada aunque de la corriente alterna es sinusoidal.
    ii. Es absurdo que la señal de corriente alterna no es cuadrada.
    iii. Es falso que la señal de corriente alterna sea sinusoidal implica que la señal no sea cuadrada.
    iv. La señal digital es cuadrada implica que la señal alterna sea sinusoidal.

    Son ciertas:

    a) i, ii, iii   b) ii, iii, iv   c) i, iv, v   d) Todas   e) N.A.

VIII.

LÓGICA CUANTIFICACIONAL

8.1. CUANTIFICADORES LÓGICOS Una Variable

También llamados **Cuantores** son los símbolos que determinan la cantidad de una proposición categórica y son de dos tipos:

Cuantificador Universal: $\forall$ x (Universalizador o generalizador)	**Cuantificador Existencial: $\exists$ x** (Particulazador o existencializador)
• Para todo x • Para cada x • Para cualquier x • Cualquiera que sea x • Sean todos los x • Para cada una de las x.	• Existe x • Algunos x • Exista al menos un x • Tantos, ciertos, muchos x • Existe por lo menos un x • Pocos, muchos x • Hay al menos un x que.

EQUIVALENCIAS LOGICAS

Equivalencias entre cuantificadores con un predicado (una variable).

- $\sim (\forall x(Px)) \equiv \exists x(\sim Px)$
- $\sim (\exists x(Px)) \equiv \forall x(\sim Px)$
- $\exists x(Px) \equiv \sim[\forall x(\sim Px)]$
- $\sim(\exists x(\sim Px)) \equiv \forall x(Px)$

8.2. EJERCICIOS RESUELTOS (Una Variable)

1. Hallar los valores de verdad de las negaciones de las proposiciones siguientes:

   p : $\forall x \in N$: $x^2 > x$
   q : $\forall x \in Z$: $x + 1 > x$
   r : $\exists x \in R$: $x^2 = x$

   a) FFF b) FVF c) FVV d) VFF e) VVF

Del enunciado se tiene:

p : $\forall x \in N: x^2 > x$

~p : $\sim [\forall x \in N: x^2 > x]$
~p : $\exists x \in N: \sim(x^2 > x)$
~p : $\exists x \in N: x^2 \leq x$

$x = 1 \in N \Rightarrow 1^2 \leq 1$
V

q . $\forall x \in Z: x + 1 > x$

~q . $\sim [\forall x \in Z: x + 1 > x]$
~q . $\exists x \in Z: \sim(x + 1 > x)$
~q . $\exists x \in Z: x + 1 \leq x$

$x = -5 \in Z: -5 + 1 \leq -5$
$-4 \leq -5$
F

r : $\exists x \in R: x^2 = x$

~ r : $\sim [\exists x \in R: x^2 = x]$
~ r : $\forall x \in R: \sim(x^2 = x)$
~ r : $\forall x \in R: x^2 \neq x$

$x = 1 \in R \Rightarrow 1^2 \neq 1$
F

Respuesta: d) VFF

2. Dadas las proposiciones:

p : $\sim \{\forall x \in Q, x + 2 > 0\}$
q : $\exists x \in N: 3^x + 3^{x+1} + 3^{x+2} = 117$
r : $\forall x \in Z, x/x = 1$
Hallar el valor de verdad de: $(p \wedge q) \rightarrow r$

a) F b) V c) Tautología d) Contradicción e) V ó F

Del enunciado se tiene:

p : $\sim \{\forall x \in Q, x + 2 > 0\}$
$\exists x \in Q, \sim (x + 2 > 0)$
$\exists x \in Q, x + 2 \leq 0$

$x = -4/2 \in Q$ $(-4/2) + 2 \leq 0$
$-2 + 2 \leq 0$
V

q : $\exists x \in N: 3^x + 3^{x+1} + 3^{x+2} = 117$

x = 2 : $3^2 + 3^{2+1} + 3^{2+2} = 117$
$3^2 + 3^3 + 3^4 = 117$
$9 + 27 + 81 = 117$
$117 = 117$
V

r : $\forall x \in Z, x/x = 1$

$x = 0 \in Z$ $x / x = 1$ (Indeterminado)
F

$(p \wedge q) \rightarrow r$
$(V \wedge V) \rightarrow F$
F

Respuesta: a) F

3. Si "p Θ q" sólo es verdadero cuando p y q son ambos falsos. Hallar el valor de verdad de: $(\sim p\ \Theta\ q)\ \Theta\ (q\ \Theta \sim r)$ si:

p : 2 es número impar
q : $\forall\ x \in A = \{1, 2, 3\},\ x + 1 > 1$
r : $\exists\ x \in B = \{2, 4, 6\},\ x^2 = 9$

a) F b) V c) V ó F d) No se Puede Determinar e) N.A.

Del enunciado se tiene:

p : 2 es número impar
F

q : $\forall\ x \in A = \{1, 2, 3\},\ x + 1 > 1$
$\forall\ x \in A = \{1, 2, 3\},\ x > 0$
V

r : $\exists\ x \in B = \{2, 4, 6\},\ x^2 = 9$
$\exists\ x \in B = \{2, 4, 6\},\ x = \pm 3$
F

$(\sim p\ \Theta\ q)\ \Theta\ (q\ \Theta \sim r)$
$(\sim F\ \Theta\ V)\ \Theta\ (V\ \Theta \sim F)$
$(V\ \Theta\ V)\ \Theta\ (V\ \Theta\ V)$
$(F)\ \Theta\ (F)$
V

Respuesta: b) V

4. Hallar el valor de verdad de:

i. $(\forall x \in R, |x| = x) \wedge (\exists\ x \in R, x+1>x)$
ii. $\sim\exists\ x \in R, x^2 \neq x$
iii. $\sim[\forall x \in N, |x| \neq 0]$.

a) FFF b) FVF c) FFV d) VFF e) N.A.

Del enunciado se tiene:

i. $(\forall x \in R, |x| = x) \wedge (\exists x \in R, x+1 > x)$

$x = -3 \in R$ $[\,|-3| = 3\,] \wedge [\,-3 + 1 > -3\,]$
$[\,|-3| = 3\,] \wedge [\,-2 > -3\,]$
F $\wedge$ V
F

ii. $\sim \exists\ x \in R,\ x2 \neq x$

$x = 1$ $1^2 \neq 1$
F

iii. $\sim [\forall x \in N, |x| \neq 0]$.
$\exists\ x \in N, \sim [\,|x| \neq 0]$.
$\exists\ x \in N, |x| = 0]$.

$x = 0 \in N$ $|0| = 0$
$0 = 0$
V

Respuesta: c) FFV

5. Sean las proposiciones:

   p : $\{\forall x \in Q \,/\, \frac{1}{2} + x > 0\}$
   q : $\{\exists\, x \in I \,/\, x + 0 = \pi\}$
   r : $\{\forall x \in R \,/\, x^2 + 1 = 0\}$
   Hallar el valor de: $[(p \rightarrow q) \wedge r] \leftrightarrow \sim q$

   a) F b) V c) Tautología d) Contradicción e) V ó F

   Del enunciado se tiene:

   p : $\{\forall x \in Q \,/\, \frac{1}{2} + x > 0\}$
   $\forall x \in Q \,/\, x > -\frac{1}{2}$

   $x = -1/5 \in Q$ $\quad -\frac{1}{5} > -\frac{1}{2}$
   $\frac{1}{5} < \frac{1}{2}$
   F

   q : $\{\exists\, x \in I \,/\, x + 0 = \pi\}$

   $x = \pi \in I$ $\quad \pi + 0 = \pi$
   V

   r : $\{\forall x \in R \,/\, x^2 + 1 = 0\}$
   $\forall x \in R \,/\, x^2 = -1$

   $x = 5 \in R$ $\quad 5^2 = -1$
   F

   $[(p \rightarrow q) \wedge r] \leftrightarrow \sim q$
   $[(F \rightarrow V) \wedge F] \leftrightarrow \sim V$
   $[V \wedge F] \leftrightarrow F$
   $[F] \leftrightarrow F$
   V

8.3. <u>EJERCICIOS PROPUESTOS (Una Variable)</u>

1. Sí: A = {0, 2, 4, 6, 8} indicar el valor de verdad de:

   i. $\forall\, x \in A: x + 3 < 12$
   ii. $\exists\, x \in A: x + 3 < 12$
   iii. $\forall\, x \in A: \dfrac{x}{x+1} > 0$

   a) FFF b) FVF c) FFV d) VVF e) VFV

2. Dado A = {1, 2, 3, 4, 5, 6} señalar el valor de verdad de:

   i. $\forall\, n \in A : n^2 \leq 40$
   ii. $\exists\, m \in A : m^2 > 40$

iii. $\exists\, n \in A \ : n^2 \leq 25$

a) FFF b) FVF c) FFV d) VFF e) VFV

3. Si A = { 0, 1, 2, 3, 4, 5}. Hallar el valor de verdad de las siguientes proposiciones:

   p : $\forall\, x \in A,\quad x + 3 > 2 \ \wedge\ x + 1 < 7$
   q : $\exists\, x \in A:\quad x + 1 = 5 \rightarrow x \sim 2 = 1$
   r : $\forall\, x \in A:\quad x + 2 > 0$

   a) FFF b) FVF c) FFV d) VFF e) VFV

4. Sí :
   P(n): $n \in N:\ n^2 = n$
   Q(x): $2x + 1 > 8;\ A = \{1, 2, 3, 4\}$

   Hallar el valor de verdad de: $[\forall\, n\ P(n)] \vee [\exists\, x\ Q(x)] \rightarrow [\exists n\ P(n)] \vee [\forall x\ Q(x)]$

   a) F b) V c) V ó F d) No se Puede Determinar e) N.A.

5. Hallar el valor de verdad de en A = {1,2,3}

   i. $\sim [\exists x / x^2 = 4]$
   ii. $\sim [\forall x / x + 1 > 3\,]$
   iii. $\sim [\forall x / x + 2 = 5]$

   a) FFF b) FVF c) FFV d) VFF e) N.A

6. ¿Cuál es el valor de verdad de las siguientes proposiciones?

   i. $x \in A: x \leq 3 \wedge x > 4$
   ii. $\exists\, x \in A: x + 2 < 8 \rightarrow x - 1 > 5$
   iii. $\exists\, x \in A: x \leq 3 \wedge x \geq 2$

   Donde A = { 1, 2, 3, 4 }

   a) FFF b) FVF c) FFV d) VFF e) VFV

7. Sean las proposiciones:

   P: $\exists\, x \in Z:\quad (4x + 2)\,(3x - 7) = 0$
   Q: $\exists\, x \in Z:\quad (x^2 \geq 2) \vee (x - 1) < 0$

R: $\exists\, x \in Z$: $(4x + 2)(3x - 7) = 0$

Los valores de verdad son:

a) FFF b) FVF c) FFV d) VFF e) VFV

8.4. CUANTIFICADORES LÓGICOS: Dos Variables

Una Proposición de dos variables es de la forma: P(x, y) en el cual existen 8 posibilidades de determinar:

- $\forall x\, \forall y\, [P(x, y)]$
- $\forall y\, \forall x\, [P(x, y)]$
- $\exists x\, \exists y\, [P(x, y)]$
- $\exists y\, \exists x\, [P(x, y)]$
- $\exists x\, \forall y\, [P(x, y)]$
- $\exists y\, \forall x\, [P(x, y)]$
- $\forall x\, \exists y\, [P(x, y)]$
- $\forall y\, \exists x\, [P(x, y)]$;

EQUIVALENCIAS LOGICAS

Equivalencias entre cuantificadores con dos predicados (dos variable).

- $\forall x\, \forall y\, [P(x, y)] \equiv \forall y\, \forall x\, [P(x, y)]$
- $\exists x\, \exists y\, [P(x, y)] \equiv \exists y\, \exists x\, [P(x, y)]$
- $\sim \{\forall x\, \forall y\, [P(x, y)]\} \equiv \exists x\, \exists y\, \sim[P(x, y)]$
- $\sim \{\forall x\, \exists y\, [P(x, y)]\} \equiv \exists x\, \forall y\, \sim[P(x, y)]$
- $\sim \{\exists x\, \exists y\, [P(x, y)]\} \equiv \forall x\, \forall y\, \sim[P(x, y)]$

8.5. EJERCICIOS RESUELTOS (Dos Variables)

1. Si A = { 1, 2, 3} Determinar el valor de verdad de:

   i. $\exists x, \exists y$: $x^2 < y + 1$
   ii. $\forall x, \forall y$: $x^2 + y^2 < 12$
   iii. $\forall x, \exists y$: $x^2 + y^2 < 12$

   a) FFV b) FFF c) VVF d) VFV e) FVF

Del enunciado se tiene:

i. $\exists x, \exists y$: $x^2 < y + 1$

$x = 1; y = 2$ $1^2 < 2 + 1$
$1 < 3$
V

ii. $\forall x, \forall y$: $x^2 + y^2 < 12$

$x = 2; y = 3$ $2^2 + 3^2 < 12$
$4 + 9 < 12$
F

iii. $\forall x, \exists y$: $x^2 + y^2 < 12$

$y = 1$ $x^2 + 1^2 < 12$
$x^2 < 11$
V

Respuesta: d) VFV

2. En los números reales, señalar el valor de verdad de:

   i. $\forall x, \forall y\ [(x + y)^2 = x^2 + y^2]$
   ii. $\forall x, \exists y\ [(x + y)^2 = x^2 + y^2]$
   iii. $\forall x, \exists y\ \{ xy = 0\}$

   a) FFV b) FFF c) VVF d) VVV e) FVV

Del enunciado se tiene:

i. $\forall x, \forall y\ [(x + y)^2 = x^2 + y^2]$

$x = 1; y = 2$ $[(1 + 2)^2 = 1^2 + 2^2]$
$9 = 1 + 4$
F

ii. $\forall x, \exists y\ [(x + y)^2 = x^2 + y^2]$

$y = 0$ $[(x + 0)^2 = x^2 + 0^2]$
$x^2 = x^2$
V

iii. $\forall x, \exists y\ \{ xy = 0\}$

$y = 0$ $x.0 = 0$
$0 = 0$
V

Respuesta: e) FVV

3. En los números reales señalar el valor de verdad de:

   i. $\forall x, \exists y\ \{ y \leq 2^x\}$
   ii. $\forall y, \exists x\ \{ y \leq 2^x\}$

   a) FV b) FF c) VF d) VV e) N.A.

Del enunciado se tiene:

i. $\forall x, \exists y \{ y \leq 2^x\}$ ii. $\forall y, \exists x \{ y \leq 2^x\}$

$y = 0$ $0 \leq 2^x$ $x = 0$ $y \leq 2^0$
V $y \leq 1$
F *Respuesta: c) VF*

4. Sea $A = \{0, 2, 4, 6, 8\}$. Indicar el valor de verdad de:

i. $\forall x, \exists y: x \geq y$
ii. $\exists y, \exists x: x^2 + y^2 < 9$
iii. $\forall x, \forall y: x^2 + y^2 > 128$

a) FFV b) FFF c) VVF d) VVV e) FVF

Del enunciado se tiene:

i. $\forall x, \exists y: x \geq y$ ii. $\exists y, \exists x: x^2 + y^2 < 9$

$y = 0$ $x \geq 0$ $x = 0; y = 2$ $0^2 + 2^2 < 9$
V $4 < 9$
V

iii. $\forall x, \forall y: x^2 + y^2 > 128$

$x = 0; y = 2$ $0^2 + 2^2 > 128$
$4 > 128$
F *Respuesta: c) VVF*

5. Sean: $A = \{1, 2, 3, 4\}$, $B = \{1, 4, 5, 8\}$ Determinar el valor de verdad de:

i. $\forall x \in B, \exists y \in A: x - y \in A$
ii. $\exists x, y \in A: x + y > z, \forall z \in B$

a) FV b) FF c) VF d) VV e) N.A.

Del enunciado se tiene:

i. $\forall x \in B, \exists y \in A: x - y \in A$ ii. $\exists x, y \in A: x + y > z, \forall z \in B$

$y = 1; x = 8$ $8 - 1 \in A$ $x = 4; y = 3$ $4 + 3 > z, \forall z \in B$
$7 \in A$ $7 > z, \forall z \in B$
F F

Respuesta: b) FF

8.6. EJERCICIOS PROPUESTOS (Dos Variables)

1. Si x, y pueden ser cualquiera de los números 1 y 2, determine el valor de verdad de las siguientes proposiciones:

   i. $\exists x, \ \forall y: \ x \leq y + 2$
   ii. $\forall x, \ \exists y: \ x + y < 5$
   iii. $\forall x, \ \forall y: \ x^2 + y^2 \leq 5.$

   a) FFV b) VFF c) VVF d) VVV e) FVF

2. Sí: P(x, y): x2 + y > 5. Determinar el valor de verdad de:

   i. $\forall x, \forall y: \ x^2 + y > 5$
   ii. $\forall x, \exists y: \ x^2 + y > 5$
   iii. $\exists x, \forall y: \ x^2 + y > 5$
   iv. $\exists x, \exists y: \ x^2 + y > 5$

   Cuando: $x \in \{ 2, 3, 6, 7, 8\}$; $y \in \{ -1, -2, -3\}$

   a) FFVV b) FFFV c) VVFF d) VVVF e) VFVF

3. Sea A = { 1, 2, 3 }. Determinar el valor de verdad de:

   i. $\forall x, \forall y: \ x^2 + 3y < 12$
   ii. $\forall x, \exists y: \ x^2 + 3y < 12$
   iii. $\exists x, \forall y: \ x^2 + 3y < 12$
   iv. $\exists x, \exists y: \ x^2 + 3y < 12$

   a) FFVV b) FFFV c) VVFF d) VVVF e) VFVF

4. Sí: M = {1, 2, 3, 4, 5}. Determinar el valor de verdad de:

   i. $\exists x, \exists y: \ x + y < 7$
   ii. $\forall x, \exists y: \ x + y > 7$
   iii. $\exists x, \forall y \ \ x + y \leq 8$
   iv. $\exists x: \ x + 3 > 6$

   a) FFVV b) VFFV c) VVFF d) VVVF e) N.A.

5. Señalar el valor de verdad de las siguientes proposiciones:

   i. $\forall x \in N,\ \exists y \in R:\ x + 1 > y > x$
   ii. $\exists x \in N, \forall y \in R:\ y^2 > x > (y \sim 1)^2$
   iii. $\forall x \in N, \exists y \in R:\ x \leq (y \sim 1)^2$
   iv. $\forall x \in N,\ \exists y \in R:\ y + 1 \leq x$

   a) FFVV b) FFFV c) VVFF d) VVVF e) VFVF

6. En los números reales indicar la verdad o falsedad de:

   i. $\forall x, \forall y: (-x)(-y) = xy \rightarrow xy > 0$
   ii. $\exists x: (-1)x = 0$
   iii. $\forall x: x^2/x = x$

   a) FFV b) FFF c) VVF d) VVV e) FVF

7. Dado M = {1, 2, 3, 4, 5}. Determinar el valor de verdad de:

   i. $\exists x:$ $x + 3 < 7$
   ii. $\forall x, \exists y:$ $x + y < 7$
   iii. $\exists x:$ $x + 3 \leq 8$
   iv. $\exists x:$ $x + 3 > 6$

   a) FFVV b) FFFV c) VVFF d) VVVF e) VFVF

8. Sean: A = { -2, -1, 0, 1, 2}, B = { -1, 0, 1} determinar el valor de verdad de:

   i. $\forall x \in A, \forall y \in B:$ $4x^2 + y^2 \leq 17$
   ii. $\forall x \in A, \exists y \in B:$ $1 - x^2/4 \leq y + 1 < 2.$

   a) FV b) FF c) VV d) VF e) N.A.

9. Sea A = { 0, 1, 2 }, determinar el valor de verdad de:

   i. $\forall x \in A, \forall y \in A;\ y^2 \leq 4(x + 1)$
   ii. $\exists x \in A, \forall y \in A;\ (x - 1)^2 \leq y$

   a) FV b) FF c) VV d) VF e) N.A.

IX.

CUANTIFICADORES - FORMALIZACIÓN DE PREDICADOS

9.1. FORMAS TÍPICAS DE LAS PROPOSICIONES CATEGÓRICAS

La lógica cuantificacional, predicativa o de los términos (clases o conjuntos) es aquella que permite hacer un análisis más profundo, refinado y riguroso que la lógica proposicional. La razón básica es que esta lógica permite el análisis de la Cantidad y Cualidad de las proposiciones llamadas categóricas.

Proposicion Categoría	Forma Lingüística	Formalización Lógica
Universal Afirmativo	Todos los S Son P	$\forall x\ (Sx \rightarrow Px)$
Universal Negativo	Ningún S Es P	$\forall x\ (Sx \rightarrow \sim Px)$
Participativo Afirmativo	Algún S Es P	$\exists x\ (Sx \wedge Px)$
Participativo Negativo	Algun S No es P	$\exists x\ (Sx \wedge \sim Px)$

9.2. INFERENCIAS INMEDIATAS

1 *Variable*	**2 *Variables***
$\underline{\forall x\ (Sx)}$ $\sim \exists x\ (\sim Sx)$	$\underline{\forall x\ (Sx \rightarrow Px)}$ $\sim \exists x\ (Sx \wedge \sim Px)$
$\underline{\exists x\ (\sim Sx)}$ $\sim \forall x\ (Sx)$	$\underline{\exists x\ (Sx \wedge \sim Px)}$ $\sim \forall x\ (Sx \rightarrow Px)$
$\underline{\forall x\ (\sim Sx)}$ $\sim \exists x\ (Sx)$	$\underline{\forall x\ (Sx \rightarrow \sim Px)}$ $\sim \exists x\ (Sx \wedge Px)$
$\underline{\exists x\ (Sx)}$ $\sim \forall x\ (\sim Sx)$	$\underline{\exists x\ (Sx \wedge Px)}$ $\sim \forall x\ (Sx \rightarrow \sim Px)$

9.3. EJERCICIOS RESUELTOS

1. El enunciado: “Existe al menos una cosa que es bella”, se formaliza:

   a) $\forall x\ (Bx)$ b) $\exists x\ (Bx)$ c) Bx d) $\sim \forall x\ (Bx)$ e) N.A.

Del enunciado se procede a construir la formalizacion:

- $\exists x$ // Existe al menos una cosa
- (Bx) // Es bella

Por lo que la formalizacion es: $\exists x$ (Bx)

Respuesta: b) $\exists x$ (Bx)

2. El enunciado: "Todo no es terrestre", se formaliza:

a) $\forall x \sim(Tx)$ b) $\sim\exists x\ (Tx)$ c) Tx d) $\sim \forall x\ (Tx)$ e) $\sim\exists x \sim(Tx)$

Del enunciado se procede a construir la formalizacion:

- $\forall x$ // Todo
- ~(Tx) // Todo no es terrestre

Por lo que la formalizacion es: $\forall x \sim (Tx)$

Respuesta: a) $\forall x \sim (Tx)$

3. La formula: $\exists x\ (\sim Ax)$, se traduce:

a) Cada uno no es lógico
b) Es verdad que muchos no son no lógicos
c) Varios no son lógicos
d) Todas
e) N.A.

De las alternativas definimos Ax : Es Lógico

a) Cada uno no es lógico:
$\forall x \sim Ax$

b) Es verdad que muchos no son no lógicos:
$\exists x \sim\sim Ax \equiv \exists x\ Ax$

c) Varios no son lógicos:
$\exists x \sim Ax$

Respuesta: c) Varios no son lógicos

DOS PREDICADOS

4. El enunciado: “Es falso que todo argentino sea sudamericano” es equivalente a:

   a) Todo argentino es sudamericano
   b) Todo argentino no es sudamericano
   c) Ningún argentino es sudamericano
   d) Algunos argentinos no son sudamericanos
   e) N.A.

   Del enunciado definimos: Ax : Es argentino
   Sx : Es sudamericano

   Construimos el enunciado:

   - $\forall x\ (Ax \rightarrow Sx)$ // Todo argentino es sudamericano
   - $\sim [\forall x\ (Ax \rightarrow Sx)]$ // Es falso que ....

   Simplificando: $\sim [\forall x\ (Ax \rightarrow Sx)]$
   $\exists x\ \sim (\sim Ax \vee Sx)$
   $\exists x\ (Ax \wedge \sim Sx)$

   Traduciendo a un nuevo enunciado seria : “Existen algunos argentinos que no son sudamericanos”.

   Respuesta: d) Algunos argentinos no son sudamericanos

5. El enunciado: “Ningún arácnido es vertebrado”, es equivalente a:

   a) Todo animal es arácnido a menos que sea vertebrado
   b) Para todo animal no es arácnido a menos que no sea vertebrado
   c) Es falso que algunos vertebrados no sean arácnidos.
   d) Todo vertebrado es arácnido
   e) N.A.

   Del enunciado definimos: Ax : Es aracnido
   Vx : Es vertebrado

   Construimos el enunciado:

   - $\forall x\ (Ax \rightarrow \sim Vx)$ // Ningún arácnido es vertebrado

   Simplificando: $\forall x\ (Ax \rightarrow \sim Vx)$
   $\forall x\ (\sim Ax \vee \sim Vx)$

De las alternativas tenemos:

a) Todo animal es arácnido a menos que sea vertebrado
$\forall x \quad (Ax \vee Vx)$

b) Para todo animal no es arácnido a menos que no sea vertebrado
$\forall x \quad (\sim Ax \vee \sim Vx)$

c) Es falso que algunos vertebrados no sean arácnidos.
$\sim [\exists x (Vx \wedge \sim Ax)] \quad \equiv \quad \forall x \sim (Vx \wedge \sim Ax)$
$\forall x \quad (\sim Vx \vee Ax)$

d) Todo vertebrado es arácnido
$\forall x \quad (Vx \rightarrow Ax) \quad \equiv \quad \forall x \; (\sim Vx \vee Ax)$

Respuesta: b) Para todo animal no es arácnido a menos que no sea vertebrado

6. Identificar la proposición categórica equivalente a: “Todo desleal es infiel”

a) Algún desleal no es fiel
b) Ningún fiel es leal
c) Algún fiel es desleal
d) Ningún desleal es fiel
e) N.A.

Del enunciado definimos: Lx : Es leal
Fx : Es fiel

Construimos el enunciado:

- $\forall x (\sim Lx \rightarrow \sim Fx)$ // Todo desleal es infiel

De las alternativas tenemos:

a) Algún desleal no es fiel
$\exists x (\sim Lx \wedge \sim Fx)$

b) Ningún fiel es leal
$\forall x (Fx \rightarrow \sim Lx)$

c) Algún fiel es desleal
$\exists x (Fx \wedge \sim Lx)$

d) Ningún desleal es fiel
$\forall x \quad (\sim Lx \rightarrow \sim Fx)$

Respuesta: d) Ningún desleal es fiel

9.4. EJERCICIOS PROPUESTOS

1. El enunciado: “Dada cualquier x éste es un mamífero”, se formaliza:

   a) $\forall x\ (Mx)$ b) $\exists x\ (Mx)$ c) Mx d) $\sim \forall x\ (Mx)$ e) N.A.

2. El enunciado: “No todo x es oro”, se formaliza:

   a) $\forall x\ (Ox)$ b) $\exists x\ (Ox)$ c) Ox d) $\sim \forall x\ (Ox)$ e) N.A.

3. El enunciado: “No existe dinero”, se formaliza:

   a) $\forall x\ (Dx)$ b) $\sim\exists x\ (Dx)$ c) Dx d) $\sim \forall x\ (Dx)$ e) N.A.

4. El enunciado: “algunos no son felices”, se formaliza:

   a) $\forall x \sim(Fx)$ b) $\exists x\ (\sim Fx)$ c) Fx d) $\sim \forall x\ (Fx)$ e) $\sim\exists x\ (\sim Fx)$

5. En un universo finito; “Existen profesionales” equivale decir:

   a) Patricia es profesional o julia es profesional
   b) A menos que Juan es profesional, Ricardo también es profesional
   c) Carmen profesional o a la vez Teresa también lo sea
   d) Todas
   a) N.A.

6. El enunciado: “Todos los profesores son queridos”, se formaliza:

   a) $\forall x\ (Px \rightarrow Qx)$ b) $\exists x\ (Px \rightarrow Qx)$ c) $\forall x\ Px$
   d) $\forall x\ (Mx \wedge Px)$ e) N.A.

7. El enunciado: “No todo lo que brilla es oro”, se formaliza:

   a) $\forall x\ (Bx \rightarrow Qx)$ b) $\exists x\ (Px \wedge \sim Qx)$ c) $\forall x\ Bx$
   d) $\forall x\ (Bx \wedge Ox)$ e) N.A.

8. El enunciado: “Algunos niños son infelices”, se formaliza:

a) $\forall x\ (Nx \rightarrow Fx)$ b) $\exists x\ (Nx \wedge \sim Fx)$ c) $\forall x\ (\sim Nx \rightarrow Fx)$
d) $\exists x\ (\sim Nx \wedge Hx)$ e) N.A.

9. El enunciado: “Todo pez es acuático”, se formaliza:

a) $\forall x\ (\sim Ax \rightarrow \sim Px)$ b) $\exists x\ (Px \wedge \sim Ax)$ c) $\forall x\ (Ax \wedge Px)$
d) $\exists x\ (\sim Ax \wedge Px)$ e) N.A.

10. La formula: $\forall x\ (\sim Ax \vee Bx)$, se traduce:

i. Cualquiera, a menos que no estudie, ingresará a la UNJBG.
ii. Alguien no estudia o ingresa a la UNJBG.
iii. Cada uno no estudia excepto que a la UNJBG ingrese

a) i, ii b) i, iii c) ii, iii d) Todas e) N.A.

11. La formula: $\exists x\ (Ax \wedge \sim Bx)$, se traduce:

a) Varios mamíferos no tienen onda acústica.
b) Existe siquiera uno que no es periodista
c) Cada uno de los obreros jamás es empresario.
d) Todas
e) e) N.A.

12. El enunciado: “Al menos un esquimal es friolento”, es igual a:

a) $\forall x\ (Ax \rightarrow \sim Bx)$ b) $\sim \forall x\ (Bx \rightarrow Ax)$ c) $\sim [\forall x\ (Bx \rightarrow \sim Ax)]$
d) $\exists x\ (Ax \wedge \sim Bx)$ e) N.A.

13. De las premisas: “Todos los cetáceos son acuáticos”. Equivale a:

i. Es falso que algunos animales no acuáticos sean cetáceos
ii. Es falso que algunos cetáceos no sean acuáticos
iii. Ningún animal si no es acuático entonces es cetáceo.
iv. Todos no son cetáceos o son acuáticos
v. Todos son acuáticos o no son cetáceos.

Son correctas:

a) i, ii, iii b) ii, iii, iv c) iii, iv, v d) Todas e) N.A.

14. ¿ Cuáles son equivalentes ?

    i. $\exists x\ (\sim Ax \wedge Bx)$
    ii. $\sim [\forall x\ (Ax \vee \sim Bx)]$
    iii. $\sim [\forall x\ (Bx \rightarrow Ax)]$

    a) Todas b) i, iii c) i, ii d) ii, iii e) N.A.

15. Si un señor afirma: que todos lo chips son hechos en Japón y yo estuviera en desacuerdo, para defender mi posición bastaría con:

    a) Mostrar un chip no hecho en Japón.
    b) Mostrar varios chips hechos en Japón.
    c) Probar que no existen chips en Japón.
    d) Probar que en Japón no fabrican chips.
    e) Probar que el señor no sabe de chips.

16. El enunciado: “Los embajadores siempre reciben honores”, se formaliza:

    a) $\forall x\ (Ex \rightarrow Hx)$ b) $\exists x\ (Ex \wedge \sim Hx)$ c) $\forall x\ (Ex \rightarrow \sim Hx)$
    d) $\forall x\ (Ex \wedge Hx)$ e) N.A.

17. El enunciado: “Algunos políticos son honestos” equivale a:

    a) Ningún político es honesto
    b) Es falso que ningún político es honesto
    c) Todo político es honesto
    d) Algunas personas honestas no son políticas
    e) N.A.

18. La proposición: “Hubo varios pueblos primitivos en África que fueron antropófagos”, equivale a:

    a) $\forall x\ (Ax \rightarrow Bx)$ b) $\sim \forall x\ (Bx \rightarrow Ax)$ c) $\sim [\forall x\ (\sim Ax \vee \sim Bx)]$
    d) $\forall x\ (Ax \wedge Bx)$ e)N.A.

19. El enunciado “Todas las proteínas son compuestos orgánicos” equivale:

    i. Todos los que no son proteínas o son compuestos orgánicos
    ii. Es absurdo que algunos que no son compuestos orgánicos sean proteínas .
    iii. Ninguno que no es compuesto orgánico es proteína
    iv. Ninguna proteína es compuesto orgánico

v. Es falso que algunas proteínas sean compuesto orgánicos.

Son ciertas:

a) i, ii, iii b) ii, iii, iv c) iii, iv d) i, iii, v e) i, iv, v

X.

INFERENCIA LÓGICA

10.1. LA INFERENCIA

Es una estructura de proposiciones donde a partir de un o más proposiciones llamadas premisas, se obtiene otras proposiciones llamada conclusión. La inferencia expresada en lenguaje natural es un argumento. Cuando el argumento se forma por dos o más premisas, éstas van unidas por el conectivo conjuntivo ($\wedge$) y la conclusión a su vez va precedida por el conectivo condicional ($\rightarrow$).

La inferencia es válida, cuando de la conjunción de premisas verdaderas se deriva su conclusión necesariamente también verdadera. Una inferencia es válida si las premisas implican lógicamente la conclusión. Las inferencias lógicas se rigen por principios o tautologías.

Inferencia: Premisas $\rightarrow$ Conclusión

Analizar la validez o invalidez lógica de la inferencia es la tarea primordial de la lógica.

Un argumento es la proposición que se forma al unir mediante una condicional, la conjunción de las premisas y la conclusión.

$$P_1 \wedge P_2 \wedge .... \wedge P_n \rightarrow C$$

Al analizar una inferencia para determinar su validez, se determina el esquema al cual pertenece el argumento. Si el esquema es tautológico, la inferencia es válida; si resulta contradictorio o inconsistente, la inferencia es inválida.

10.2. EJERCICIOS RESUELTOS

1. Determinar la validez de: $[(\sim p \vee q) \wedge \sim q\,] \rightarrow \sim p$

   a) V b) F c) V ó F d) No se puede determinar e) N.A.
   Se puede validar el enunciado a traves de la leyes logicas o una tabla de verdad:

Leyes:

$$[(\sim p \vee q) \wedge \sim q\,] \rightarrow \sim p$$
$$\sim [(\sim p \vee q) \wedge \sim q\,] \vee \sim p$$
$$\sim [\,\sim p \wedge \sim q\,] \vee \sim p$$
$$(\,p \vee q\,) \vee \sim p$$
$$(\,p \vee \sim p\,) \vee q$$
$$V$$

Tabla de Verdad

p	q	[(~ p ∨ q) ∧ ~q]	→	~ p
V	V	F *V* V **F** *F*	**V**	**F**
V	F	F *F* F **F** *V*	**V**	**F**
F	V	V *V* V **F** *F*	**V**	**V**
F	F	V *V* F **V** *V*	**V**	**V**

A traves de la simplificación logica se obtiene **V** (*Valor Verdadero*) y a traves del uso de una tabla de verdad se obtiene **Tautologia** (*Todos los valores verdaderos*), esto indica que el enunciado se considera valido.

Respuesta: a) V

2. Determinar la validez de:

$$\begin{array}{l} r \rightarrow \sim t \\ s \\ \underline{s \rightarrow r} \\ \sim t \end{array}$$

a) V b) F c) V ó F d) No se puede determinar e) N.A.

Primeramente se debe llevar el enunciado a una estructura logica conocida: $[(r \rightarrow \sim t) \wedge (s) \wedge (s \rightarrow r)] \rightarrow (\sim t)$

Se puede aplicar el metodo de la simplificacion logica o latabla deverdad para determinar la validez del enunciado.

Simplificando el enunciado:

$$\begin{array}{l} [(r \rightarrow \sim t) \wedge (s) \wedge (s \rightarrow r)] \rightarrow (\sim t) \\ \sim [(r \rightarrow \sim t) \wedge (s) \wedge (s \rightarrow r)] \vee (\sim t) \\ \sim [(\sim r \vee \sim t) \wedge s \wedge (\sim s \vee r)] \vee (\sim t) \\ \;\; [(r \wedge t) \vee \sim s \vee (s \wedge \sim r)] \vee (\sim t) \\ \;\; [(r \wedge t) \vee (\sim s \vee \sim r)] \vee (\sim t) \\ \;\; [(r \wedge t) \vee \sim t] \vee (\sim s \vee \sim r) \\ \;\; [r \vee \sim t] \vee (\sim s \vee \sim r) \\ \;\;\; r \vee \sim t \vee \sim s \vee \sim r \\ \;\;\; r \vee \sim r \vee \sim t \vee \sim s \\ \;\;\; V \vee \sim t \vee \sim s \\ V \end{array}$$

Respuesta: a) V

3. Determinar la validez de: "Si hoy no llueve, entonces Carlos va a la playa. Carlos no va a la playa. Entonces no llueve"

a) V b) F c) V ó F d) No se puede determinar e) N.A.

Del enunciado se define: p : Hoy llueve
q : Carlos va a la playa

Construimos el enunciado:

- $\sim p \rightarrow q$ // Si hoy no llueve, entonces Carlos va a la playa

- $\underline{\sim q\ }$ // Carlos no va a la playa
- $\sim p$ // Entonces no llueve

Llevar el enunciado a una forma logica conocida: $[(\sim p \rightarrow q) \wedge \sim q] \rightarrow \sim p$

Simplificando el enunciado:

$$[(\sim p \rightarrow q) \wedge \sim q] \rightarrow \sim p$$
$$\sim [(\sim p \rightarrow q) \wedge \sim q] \vee \sim p$$
$$\sim [(p \vee q) \wedge \sim q] \vee \sim p$$
$$\sim [\sim p \vee q] \vee \sim p$$
$$[p \wedge \sim q] \vee \sim p$$
$$\sim q \vee \sim p$$

El resultado del enunciado dependera de los valores que adopte **p** y **q**, entonces se determina que el enunciado es *no valido*.

Respuesta: a) F

4. Si ingresas serás ingeniero. Si no eres un gerente entonces no serás ingeniero. Se deduce:

a) Si ingresas no eres ingeniero.
b) Si ingresas serás gerente.
c) Si eres gerente, entonces ingresaras.
d) Si no ingresas, serás gerente.
e) Si no eres ingeniero, eres gerente

Del enunciado se define:
p : Ingresas
q : Seras ingeniero
r : Eres gerente

Construimos el enunciado:

- $p \rightarrow q$ // Si ingresas serás ingeniero
- $\underline{\sim r \rightarrow \sim q}$ // Si no eres un gerente entonces no serás ingeniero.

Aplicando leyes logicas se tiene:

$$p \rightarrow q$$
$$\underline{q \rightarrow r}$$

Se ve claramente que existen dos implicaciones. El segundo elemento **q** de la *primera premisa* es el primer elemento de la *segunda premisa.* Esto es suficiente para unir ambas en la forma:

$$p \rightarrow r$$

Por lo que el resultado se traduce como: “Si ingresas entonces seras gerente”

Respuesta: b) Si ingresas serás gerente.

5. Determinar la validez del siguiente argumento:

   Si estudio, entonces no me desaprueban en matemáticas. Si no voy a nadar, entonces estudio. Pero, me desaprobaron matemáticas.
   Por tanto:
   Me fui a nadar.

   a) V b) F c) V ó F d) No se puede determinar e) N.A.

   Del enunciado se define: p : Estudio
   q : Desapruebo matemáticas
   r : Voy a nadar

   Construimos el enunciado:

   - $p \rightarrow \sim q$ // Si estudio, entonces no me desaprueban en matemáticas.
   - $\sim r \rightarrow p$ // Si no voy a nadar, entonces estudio
   - $\underline{q\qquad\quad}$ // Pero, me desaprobaron matemáticas.
   - r // Por tanto: Me fui a nadar.

   Llevar el enunciado a una forma logica conocida y simplificando:

   $$[\ (p \rightarrow \sim q) \wedge (\sim r \rightarrow p) \wedge (q)\ ] \rightarrow r$$
   $$\sim [\ (\sim p \vee \sim q) \wedge (r \vee p) \wedge (q)\ ] \vee r$$
   $$[\ (p \wedge q) \vee (\sim r \wedge \sim p) \vee (\sim q)\ ] \vee r$$
   $$(p \wedge q) \vee (\sim r \wedge \sim p) \vee (\sim q) \vee r$$
   $$(p \wedge q) \vee \sim q \vee (\sim r \wedge \sim p) \vee r$$
   $$(p \vee \sim q) \quad \vee \quad (\sim p \vee r)$$
   $$p \vee \sim q \vee \sim p \vee r$$
   $$p \vee \sim p \vee \sim q \vee r \qquad \equiv \qquad V$$

   Respuesta: a) V

6. Si la siguiente proposición es falsa: "Si él bebe, fuma, y si no bebe entonces no come; por lo tanto si no fuma, come"
   Es correcto afirmar:

   a) Bebe b) Fuma c) Come d) Fuma y no come e) No bebe o come

   Del enunciado se define: p : El bebe
   q : El Fuma
   r : El come

   Construimos el enunciado:

   - $p \rightarrow q$ // Si él bebe, fuma
   - $\underline{\sim p \rightarrow \sim r}$ // Si no bebe entonces no come
   - $\sim q \rightarrow r$ // Por tanto: Si no fuma, come

Llevar el enunciado a una forma logica conocida y simplificando:

$[(p \rightarrow q) \wedge (\sim p \rightarrow \sim r)] \rightarrow (\sim q \rightarrow r)$
$\sim [(\sim p \vee q) \wedge (p \vee \sim r)] \vee (q \vee r)$
$[(p \wedge \sim q) \vee (\sim p \wedge r)] \vee (q \vee r)$
$(p \wedge \sim q) \vee (\sim p \wedge r) \vee q \vee r$
$(p \wedge \sim q) \vee q \vee (\sim p \wedge r) \vee r$
$(p \vee q) \quad \vee \quad (r)$
$p \vee q \vee r$

Puesto que el enunciado es falso se tiene:

$p \vee q \vee r \equiv F$

De lo que se deduce que:

$p \equiv q \equiv r \equiv F$

De las alternativas se tiene:

a) $p \equiv F$ b) $q \equiv F$ c) $r \equiv F$

d) $q \wedge \sim r \equiv F \wedge \sim F$
$F \wedge V$
F

e) $\sim p \vee r \equiv \sim F \vee F$
$V \vee F$
V

Respuesta: e) No bebe o come

10.3. <u>EJERCICIOS PROPUESTOS</u>

1. Determinar la validez de: $[(\sim p \vee q) \wedge q] \rightarrow \sim p$

   a) V b) F c) V ó F d) No se puede determinar e) N.A.

2. Determinar la validez de: $[(p \vee \sim q) \wedge q] \rightarrow p$

   a) V b) F c) V ó F d) No se puede determinar e) N.A.

3. Determinar la validez de:

   $g \rightarrow h$
   $\sim g \rightarrow f$
   $\underline{\sim h}$
   f

   a) V b) F c) V ó F d) No se puede determinar e) N.A.

4. Determinar la validez de:

   Trabajo o apruebo matemáticas.
   Si trabajo no puedo estudiar.
   Apruebo matemáticas.
   Por lo tanto estudié.

   a) V b) F c) V ó F d) No se puede determinar e) N.A.

5. Determinar la validez del siguiente argumento:

   Si tiene luz propia, entonces el astro es una estrella.
   El astro no es una estrella
   Por lo tanto:
   No tiene luz propia.

   a) V b) F c) V ó F d) No se puede determinar e) N.A.

6. Determinar la validez de:

   $$\begin{array}{l} p \wedge q \\ \underline{\sim p \rightarrow q} \\ \sim q \end{array}$$

   a) V b) F c) V ó F d) No se puede determinar e) N.A.

7. Determinar la validez del siguiente argumento:

   Si trabajo, no puedo estudiar
   Estudio o apruebo matemáticas
   Trabaje
   Por lo tanto:
   Trabajé

   a) V b) F c) V ó F d) No se puede determinar e) N.A.

8. Comprobar la validez del argumento:

   Si estudio o si soy un genio, entonces aprobaré el siguiente curso.
   No me permitirán tomar el siguiente curso.
   Si apruebo el curso, entonces me permitirán tomar el siguiente curso.
   Por tanto:
   No estudié.

   a) V b) F c) V ó F d) No se puede determinar e) N.A.

XI.

REGLAS DE INFERENCIA

11.1. <u>LEYES DE IMPLICACIÓN O REGLAS DE INFERENCIA:</u>

El objetivo es utilizar las reglas de inferencia de manera que conduzcan a otras formular que se denominan conclusiones. El paso lógico de las premisas a la conclusión que se obtiene se dice que es una consecuencia logica de las premisas si cada paso que se da para llegar a la conclusión esta permitido por una regla. La idea de inferencia se puede expresar de manera siguiente: de premisas verdaderas se obtiene solo conclusiones que son verdaderas, es decir, si las premisas son verdaderas, entonces las conclusiones que se derivan de ellas lógicamente, han de ser verdaderas.

- Modus Ponendo Ponens (MMP):

  Su forma simbólica es: $\begin{array}{l} A \rightarrow B \\ \underline{A \quad\quad} \\ B \end{array}$

  Su forma implicativa es:
  $[(A \rightarrow B) \wedge A] \rightarrow B$

- Modus Tollendo Tollens (MTT):

  Su forma simbólica es: $\begin{array}{l} A \rightarrow B \\ \underline{\sim B \quad\quad} \\ \sim A \end{array}$

  Su forma implicativa es:
  $[(A \rightarrow B) \wedge \sim A] \rightarrow \sim B$

- Modus Tollendo Ponens (MTP):

  Su forma simbólica es: $\begin{array}{l} A \vee B \\ \underline{\sim A \quad\quad} \\ B \end{array}$

  Su forma implicativa es:
  $[(A \vee B) \wedge \sim A] \rightarrow B$

- Silogismo Hipotetico (SH)

  Su forma simbólica es: $\begin{array}{l} A \rightarrow B \\ \underline{B \rightarrow C} \\ A \rightarrow C \end{array}$

  Su forma implicativa es:
  $[(A \rightarrow B) \wedge (B \rightarrow C)] \rightarrow A \rightarrow C$

- Regla de la Simplificación: (S)

  Su forma simbólica es:
  $\begin{array}{c} \underline{A \wedge B} \\ B \end{array} \qquad \begin{array}{c} \underline{A \wedge B} \\ A \end{array}$

  Su forma implicativa es:
  $(A \wedge B) \rightarrow B$; $(A \wedge B) \rightarrow A$

- Regla de la Conjunción (A)

  Su forma simbólica es: $\begin{array}{l} A \\ \underline{B \quad\quad} \\ A \wedge B \end{array}$

  Su forma implicativa es:
  $(A \wedge B) \rightarrow (A \wedge B)$

- Regla de la adición:

  Su forma simbólica es: $\dfrac{A}{A \vee B}$

  Su forma implicativa es:
  $A \rightarrow (A \vee B)$

- Regla del Silogismo Disyuntivo

  Su forma simbólica es:
  $$\begin{array}{l} A \vee B \\ A \rightarrow C \\ \underline{B \rightarrow D} \\ C \vee D \end{array}$$

  Su forma implicativa es:
  $[(A\vee B) \wedge (A\rightarrow C) \wedge (B\rightarrow D)] \rightarrow (C \vee D)$

- Regla de Expansion:

  Su forma simbólica es:
  $$\begin{array}{l} \underline{A\rightarrow B \qquad\quad} \\ A\rightarrow (A \wedge B) \end{array}$$

  Su forma implicativa es:
  $(A \rightarrow B) \rightarrow [A\rightarrow (A \wedge B)]$

- Regla del Dilema Destructivo

  Su forma simbólica es:
  $$\begin{array}{l} \sim C \vee \sim D \\ A \rightarrow C \\ \underline{B \rightarrow D} \\ \sim A \vee \sim B \end{array}$$

  Su forma implicativa es:
  $[(\sim C\vee\sim D) \wedge (A\rightarrow C) \wedge (B\rightarrow D)] \rightarrow (\sim A\vee\sim B)$

- Regla de la adición:

  Su forma simbólica es: $\dfrac{A}{A \vee B}$

  Su forma implicativa es:
  $A \rightarrow (A \vee B)$

- Regla del Silogismo Disyuntivo

  Su forma simbólica es:
  $$\begin{array}{l} A \vee B \\ A \rightarrow C \\ \underline{B \rightarrow D} \\ C \vee D \end{array}$$

  Su forma implicativa es:
  $[(A\vee B) \wedge (A\rightarrow C) \wedge (B\rightarrow D)] \rightarrow (C \vee D)$

- Ley Bicondicional

  $$\begin{array}{l} \underline{A \leftrightarrow B} \\ A \rightarrow B \end{array} \qquad \begin{array}{l} \underline{A \leftrightarrow B} \\ B \rightarrow A \end{array}$$

- Ley de Morgan

  $$\begin{array}{l} \underline{\sim (A \vee B)} \\ \sim A \wedge \sim B \end{array} \qquad \begin{array}{l} \underline{\sim (A \wedge B)} \\ \sim B \vee \sim A \end{array}$$

11.2. <u>EJERCICIOS RESUELTOS</u>

1. De las premisas:
   $p \rightarrow q$
   $\sim q \vee r$
   $\sim r$

   Se infiere deductivamente:

   a) p b) ~p c) q d) s e) N.A.

Del enunciado tenemos:

1) $p \rightarrow q$
2) $\sim q \vee r$
3) $\sim r$

4) $\sim q$ MTP 2) , 3)

$$\begin{array}{l} \sim q \vee r \\ \underline{\sim r \qquad} \\ \sim q \end{array}$$

5) $\sim p$ MTT 1) , 4)

$$\begin{array}{l} p \rightarrow q \\ \underline{\sim q \qquad} \\ \sim p \end{array}$$

Respuesta: b) ~p

2. De las premisas:

$\sim g \rightarrow e$
$e \rightarrow k$
$\sim g$
$k \rightarrow \sim l$
$\sim l \rightarrow m$
$m \rightarrow b$

Se infiere deductivamente:

a) b b) ~ b c) q d) ~m e) N.A.

Del enunciado tenemos:

1) $\sim g \rightarrow e$
2) $e \rightarrow k$
3) $\sim g$
4) $k \rightarrow \sim l$
5) $\sim l \rightarrow m$
6) $m \rightarrow b$

7) e MPP 1) , 3)

$$\begin{array}{l} \sim g \rightarrow e \\ \underline{\sim g \qquad} \\ e \end{array}$$

8) k MPP 2) , 7)

$$\begin{array}{l} e \rightarrow k \\ \underline{e \qquad} \\ k \end{array}$$

9) $\sim l$ MPP 4) , 8)

$$\begin{array}{l} k \rightarrow \sim l \\ \underline{k \qquad} \\ \sim l \end{array}$$

10) m MPP 5) , 9)

$$\begin{array}{l} \sim l \rightarrow m \\ \underline{\sim l \qquad} \\ m \end{array}$$

	11) b	MPP 6) , 10)	$m \rightarrow b$ $\underline{m}$ b

Respuesta: b) b

3. De las premisas:

$\sim p \rightarrow q$
$q \rightarrow \sim r$
$r \vee s$
$\sim s$

Se infiere en:

a) ~p b) ~r c) s d) p e) q

Del enunciado tenemos:

1) $\sim p \rightarrow q$
2) $q \rightarrow \sim r$
3) $r \vee s$
4) $\sim s$

5) $\sim p \rightarrow \sim r$	SH 1) , 2)	$\sim p \rightarrow q$ $\underline{q \rightarrow \sim r}$ $\sim p \rightarrow \sim r$
6) r	MTP 3) , 4)	$r \vee s$ $\underline{\sim s}$ r
7) p	MTT 5) , 6)	$\sim p \rightarrow \sim r$ $\underline{r}$ p

Respuesta: d) p

4. El argumento es válido:

"Si Juan es más alto que Pedro, entonces Maria es más baja que Juana. Maria no es mas baja que Juana. Si Juan y Luis tienen la misma estatura, entonces Juan es más alto que Pedro. Por lo tanto, Juan y Luis no tienen la misma estatura."

a) V b) F c) V ó F d) No se puede Determinar e) N.A.

Del enunciado se define:

- p : Juan es más alto que Pedro.
- q : Maria es más baja que Juana
- r : Juan y Luis tienen la misma estatura

Construimos la estructura de la inferencia

- $p \rightarrow q$ // Si Juan es más alto que Pedro, entonces Maria es más baja que Juana
- $\sim q$ // Maria no es mas baja que Juana
- $\underline{r \rightarrow p}$ // Si Juan y Luis tienen la misma estatura, entonces Juan es más alto que Pedro
- $\sim r$ // Por lo tanto, Juan y Luis no tienen la misma estatura.”

Para determinar la validez del enunciado se infiere las premisas y de llegar a la misma conclusión que en el enunciado, se da por valido.

1) $p \rightarrow q$
2) $\sim q$
3) $r \rightarrow p$

4) $\sim p$ MTT 1), 2)

$$\begin{array}{l} p \rightarrow q \\ \underline{\sim q \quad} \\ \sim p \end{array}$$

5) $\sim r$ MTT 3), 4)

$$\begin{array}{l} r \rightarrow p \\ \underline{\sim p \quad} \\ \sim r \end{array}$$

Respuesta: a) V

5. Determinar la validez del siguiente argumento:

“Si el reloj está adelantado, entonces Juan llegó antes de las diez y vio partir el coche de Andrés. Si Andrés dice la verdad, entonces Juan no vio partir el coche de Andrés. Andrés dice la verdad o estaba en el edificio en el momento del crimen. El reloj está adelantado. Por tanto, Andrés estaba en el edificio en el momento del crimen”.

a) V b) F c) V ó F d) No se puede Determinar e) N.A.

Del enunciado se define:

- p : El reloj está adelantado.
- q : Juan llegó antes de las diez
- r : Juan vio partir el coche de Andrés
- s : Andrés dice la verdad
- t : Andrés estaba en el edificio en el momento del crimen

Construimos la estructura de la inferencia

- $p \rightarrow (q \wedge r)$ // Si el reloj está adelantado, entonces Juan llegó antes de las diez y vio partir el coche de Andrés
- $s \rightarrow \sim r$ // Si Andrés dice la verdad, entonces Juan no vio partir el coche de Andrés
- $s \vee t$ // Andrés dice la verdad o estaba en el edificio en el momento del crimen

- p // El reloj está adelantado
- t // Por tanto, Andrés estaba en el edificio en el momento del crimen.

Para determinar la validez del enunciado se infiere las premisas y de llegar a la misma conclusión que en el enunciado, se da por valido.

1) $p \rightarrow (q \wedge r)$
2) $s \rightarrow \sim r$
3) $s \vee t$
4) p

5)	$q \wedge r$	MPP 1), 4)	$p \rightarrow (q \wedge r)$ $\underline{p}$ $(q \wedge r)$
6)	r	Simplificación 5)	$\underline{q \wedge r}$ r
7)	$\sim s$	MTT 2), 6)	$s \rightarrow \sim r$ $\underline{r}$ $\sim s$
8)	t	MTP 3), 7)	$s \vee t$ $\underline{\sim s}$ t

Respuesta: a) V

11.3. EJERCICIOS PROPUESTOS

1. De las premisas formales: $(A \rightarrow C)$
   $(B \wedge C)$

   Se infiere deductivamente:

   a) ~A   b) ~B   c)A   d) D   e) $\sim A \wedge \sim B$

2. De las premisas: $a \rightarrow b$
   $b \rightarrow c$
   $c \rightarrow d$
   $\sim d$

   Se infiere deductivamente:

   a) a   b) ~a   c) b   d) s   e) N.A.

3. Del siguiente esquema formal: $(\sim A \lor B) \land (\sim A \to E) \land \sim E$

   Se concluye:

   a) A b) ~ A c) B d) ~B e) N.A.

4. Del siguiente esquema formal: $\sim S \land [S \lor (H \lor G)] \land \sim G$

   Se concluye:

   a) H b) ~ H c) G d) ~B e) N.A.

5. Dadas las premisas: P_1: $\sim A \lor B$ P_2: A

   Por aplicación de las reglas de inferencia se concluye en:

   i. B ii. $B \lor C$ iii. ~B iv. ~A v. C

   Son ciertas:

   a) i, ii, iii b) i, ii c) i, ii, iv d) ii, v e) i, iii, v.

6. El argumento es válido:

   "Si la ballena es un mamífero entonces toma oxigeno del aire. Si toma su oxigeno del aire, entonces no necesita branquias. La ballena es un mamífero y vive en el océano. Por tanto, no necesita branquias.

   a) V b) F c) V ó F d) No se puede Determinar e) N.A.

7. De las premisas: "Siempre que llegas tarde, tus maestros se enojan. Cada vez que tus maestros se enojan luego te llaman la atención". Inferimos:

   i. No llegas tarde o bien te llaman la atención
   ii. Es falso que si llegas tarde, te llamen la atención
   iii. llegas tarde y no te llaman la atención
   iv. Si no le llaman la atención, no llegas tarde
   v. Te llaman la atención o no llegas tarde.

   Son correctas:

   a) i, ii, iii b) ii, iii, iv c) iii, iv, v d) i, iii, v e) i, iv, v

8. De las premisas:

$P \wedge \sim T$
$S \rightarrow T$
$S \vee Q$
$(Q \vee P) \rightarrow U$

Se concluye:

a) U b) T c) S d) ~ Q e) N.A.

9. De las premisas:

$\sim R \rightarrow S$
$S \rightarrow (P \wedge Q)$
$R \rightarrow T$
$\sim T$

Se concluye:

a) R b) T c) Q d) ~ Q e) N.A.

10. Determinar la validez del siguiente argumento:

"Si la enmienda no fue aprobada entonces la Constitución queda como estaba. Si la Constitución queda como estaba entonces no podemos añadir nuevos miembros al comité. Podemos añadir nuevos miembros al comité o el informe se retrasará un mes. Pero el informe no se retrasará un mes. Por lo tanto la enmienda fue aprobada"

a) V b) F c) V ó F d) No se puede Determinar e) N.A.

11. Determinar la validez del siguiente argumento:

"Si Tomás tiene diecisiete años, entonces Tomás tiene la misma edad que Juana. Si Joaquín tiene distinta edad que Tomás, entonces Joaquín tiene distinta edad que Juana. Tomas tiene diecisiete años y Joaquín tiene la misma edad que Juana. Por tanto, Joaquín tiene la misma edad que Tomás y Tomás la misma edad que Juana".

a) V b) F c) V ó F d) No se puede Determinar e) N.A.

12. De las premisas formales:

$p \rightarrow q$
$p \wedge q$

Se infiere deductivamente:

a) p b) ~p c) q d) ~ q e) s

13. De las premisas: “En el Perú no hay estabilidad o no hay empleo. Pero hay empleo”. En consecuencia:

    a) En el Perú hay estabilidad
    b) En el Perú no hay estabilidad
    c) En el Perú hay empleo
    d) En el Perú no hay empleo.
    e) N.A.

14. El argumento es válido:

    “ Si A ganó la carrera, entonces B fue el segundo o C fue el segundo. Si B fue el segundo, entonces A no ganó la carrera. Si D fue el segundo, entonces C no fue el segundo. A no ganó la carrera. Entonces, D no fue el segundo. “

    a) V b) F c) V ó F d) No se puede Determinar e) N.A.

CLAVE DE RESPUESTAS

I. La Lógica Proposicional

1. c)
2. e)
3. b)
4. c)
5. b)
6. c)
7. c)

II. Los Principios Lógicos y Leyes Lógicas

1. c)
2. b)
3. b)
4. e)
5. b)
6. c)
7. c)

III. Circuitos Lógicos

1. c)
2. c)
3. e)
4. d)
5. c)

IV. Circuitos con Compuertas Logicas

1. b)
2. b)
3. d)
4. e)
5. b)

V. Equivalencias lógicas:

1. e)
2. e)
3. e)
4. d)
5. c)
6. d)

VI. Formalización y Traducción Proposicional

1. b)
2. d)
3. a)
4. b)
5. d)
6. d)
7. a)
8. b)
9. e)
10. d)

VII. Equivalencias Notables

1. a)
2. b)
3. d)
4. b)
5. e)

VIII. Lógica Cuantificacional

(Una Variable)

1. d)
2. e)
3. e)
4. b)
5. e)

(Dos Variables)

1. c)
2. a)
3. a)
4. e)
5. b)

IX. Cuantificadores - Formalización de Predicados

1. a)
2. e)
3. e)
4. b)
5. d)
6. a)
7. b)
8. b)
9. a)
10. b)
11. a)
12. c)
13. d)
14. a)
15. a)

X. Inferencia Lógica

1. b)
2. a)
3. a)
4. b)
5. a)

XI. Reglas de Inferencia

1. a)
2. b)
3. c)
4. a)
5. b)
6. a)
7. e)
8. a)
9. c)
10. a)
11. a)

BIBLIOGRAFIA

Introducción a la Lógica. Bernardo Rea Ravello. 2003. Tercera Edición. Editorial Mantaro. Lima. Perú.

Introducción a la Lógica. Alejandro Chavez Noriega.. 1995. Segunda Edición. Editorial Mantaro. Lima. Perú.

Lógica. Luis Piscoya Hermoza.. 1997. Primera Edición. Editorial UNMSN. Lima. Perú.

INDICE